CHAPITRE 3

# INFLUENCE DES SURPRESSIONS SUR LES SURVITESSES ET SUR LA STABILITÉ DE RÉGLAGE

## 3.1. Calcul des survitesses.

Il s'agit d'étudier le comportement du groupe lors des grandes variations de charge. Le cas extrême correspond à une disjonction à pleine puissance. L'équation d'équilibre des masses tournantes devient alors :

$$\tau \frac{d\Delta\omega}{dt} = c_m \,. \qquad 1)$$

En général $c_m$ varie avec la vitesse de rotation et la vitesse de manœuvre du vannage qui entraîne une augmentation de la chute sous l'effet du coup de bélier. Pour intégrer le second membre de l'équation il est donc nécessaire de faire des hypothèses qui traduisent les phénomènes réels d'une manière plus ou moins approchée.

3.1.1) *Méthodes approchées.*

Admettons que le réglage ne provoque pas de coup de bélier et que le rendement de la turbine reste constant. En prenant comme unité le couple moteur initial, l'équation 1 s'écrit au temps zéro de la disjonction :

$$\tau \frac{d\Delta\omega}{dt} = 1 \,.$$

Au temps $t$ le régulateur a fonctionné et fermé, par exemple linéairement, le temps de fermeture totale étant $T$. Comme la chute reste constante et le rendement invariable la puissance motrice varie comme le débit c'est-à-dire, en l'absence de coup de bélier, comme le vannage.

Nous écrirons donc, en valeurs relatives :

$$w_m = x = 1 - \frac{t}{T}$$

et

$$c_m = \frac{w_m}{\omega} = \left(1 - \frac{t}{T}\right) \frac{1}{\omega} \,.$$

L'équation 1 devient donc :

$$\tau . \omega . d\Delta\omega = \left(1 - \frac{t}{T}\right) dt \qquad \text{avec} \qquad \omega = 1 + \Delta\omega$$

qui s'intègre par :

$$(1 + \Delta\omega)^2 - 1 = \frac{T}{\tau} \qquad \text{soit} \qquad \Delta\omega = \sqrt{1 + \frac{T}{\tau}} - 1 . \qquad 2)$$

Si $T$ reste modéré vis-à-vis de $\tau$ (moins de 0,5 par exemple) l'écart maximal de vitesse prend pour expression :

$$\Delta\omega = \left(1 + \frac{T}{2\tau}\right) - 1 = \frac{T}{2\tau} \qquad 3)$$

relation connue sous le nom de formule de Warren.

Le couple restant nul après fermeture, la vitesse se maintiendrait à son maximum si les résistances diverses ne tendaient à l'annuler. En fait, après fermeture complète, le régulateur ouvre jusqu'à l'ouverture de marche à vide pour rétablir la vitesse de régime.

Un seconde approximation, due à M. l'Abbé Cayère, est plus proche de la réalité que la précédente. On admet que le couple moteur, pour une ouverture déterminée décroît linéairement jusqu'à la vitesse d'emballement égale à $(1 + b)$ fois la vitesse normale, cette vitesse d'emballement étant constante et indépendante de l'ouverture. Autrement dit, les caractéristiques couple-vitesse de la turbine sont des droites qui concourent au point d'emballement.

Si le régulateur ne fonctionne pas : $c_m = 1 - \frac{\Delta\omega}{b}$.

Si le régulateur fonctionne et ferme linéairement :

$$c_m = \left(1 - \frac{t}{T}\right)\left(1 - \frac{\Delta\omega}{b}\right) \qquad \text{figure 3.1.}$$

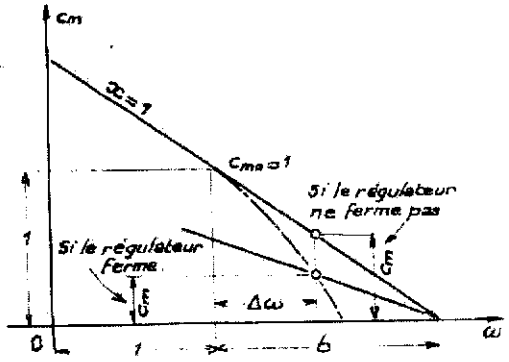



Fig. 3.1. — Détermination des survitesses. Méthode de Cayère.

L'équation générale devient :

$$\tau . \frac{d\Delta\omega}{dt} = \left(1 - \frac{t}{T}\right)\left(1 - \frac{\Delta\omega}{b}\right)$$

ce qui s'intègre par :

$$L_n\left(1 - \frac{\Delta\omega}{b}\right) = -\frac{1}{\tau b}\left(t - \frac{t^2}{2T}\right) .$$

La vitesse maximale est atteinte pour $t = T$ et a pour valeur :

$$L_n\left(1 - \frac{\Delta\omega}{b}\right) = -\frac{T}{2\tau b} . \qquad 4)$$

L'approximation courbes couple-fréquence réduites à des droites pivotant autour du point d'emballement est surtout valable pour les petites et moyennes vitesses spécifiques. Pour des *ns* élevés on aurait plutôt des droites se déplaçant parallèlement à elles-mêmes.

3.1.2) *Influence des variations de pression.*

La chute augmente lorsque le régulateur ferme, provoquant une augmentation du débit qui influe sur le couple de la machine. Faisons apparaître la puissance relative dans l'équation d'équilibre des masses tournantes :

$$\tau . \omega . \frac{d\omega}{dt} = w_m - w_r$$

soit $\frac{\tau}{2} \frac{d\omega^2}{dt} = w_m$ car après disjonction $w_r = 0$.

Avec $\omega = 1 + \Delta\omega$ ceci s'intègre par :

$$\frac{\tau}{2} \left[(1 + \Delta\omega)^2\right]_0^T = \int_0^T w_m \, dt \qquad \text{soit} \qquad \frac{\tau}{2}\left[(1 + \Delta\omega)^2 - 1\right] = \int_0^T w_m \, dt .$$

Appelons $w_{m_0}$ la puissance relative qu'aurait la turbine au temps $t$ si la pression était à cet instant la pression normale $H_0$, $w_m$ étant la puissance relative réelle à ce moment.

L'équation ci-dessus peut s'écrire :

$$\frac{\tau}{2}\left[(1 + \Delta\omega)^2 - 1\right] = \int_0^T w_{m_0} . dt \frac{\int_0^T w_m \, dt}{\int_0^T w_{m_0} \, dt} = U . \int_0^T w_{m_0} . dt \qquad 5)$$

$U$ est le rapport entre l'énergie effectivement fournie par la turbine pendant la fermeture à celle qui serait fournie si la pression restait constante pendant ce temps, on l'appelle *surénergie* due au coup de bélier ($U \geqslant 1$). Cette surénergie peut être calculée dans le cas du coup de bélier en masse ou estimée par planimétrage des courbes dans l'épure de Bergeron pour le coup de bélier d'ondes.

3.1.2.1) *Calcul de la surénergie dans le cas du coup de bélier en masse.*

Soit $\Delta h$ l'écart relatif de pression à un instant donné, en prenant pour unité la puissance initiale, la puissance relative est :

$$w_m = \left(1 - \frac{t}{T}\right)(1 + \Delta h)^{3/2} = \left(1 - \frac{t}{T}\right)\left(1 + \frac{3}{2}\Delta h\right)$$

En supposant le rendement constant et la fermeture linéaire en un temps $T$, $\Delta h$ est donnée par la relation 12 du chapitre 2 :

$$1 - \frac{\Delta h}{\Delta hm} = \left(1 - \frac{t}{T}\right)^{2/\Delta hm}$$

dans laquelle :

$$\Delta hm = \frac{\dfrac{\Theta}{T}}{1 - \dfrac{\Theta}{2T}} .$$

L'expression de la surénergie est :

$$U = \frac{\displaystyle\int_0^T w_m \, dt}{\displaystyle\int_0^T w_{m0} \, dt}$$

dans laquelle :

$$w_{m0} = \left(1 - \frac{t}{T}\right)$$

soit :

$$\int_0^T w_{m0} . dt = \int_0^T \left(1 - \frac{t}{T}\right) dt = \frac{T}{2} .$$

Posons :

$$1 - \frac{t}{T} = x \quad dx = -\frac{t}{T} dt \qquad \text{et} \qquad \Delta h = \Delta hm \, (1 - x^{2/\Delta hm})$$

d'où :

$$w_m = x\left(1 + \frac{3}{2}\Delta h\right) = x\left(1 + \frac{3}{2}\Delta hm - \frac{3}{2}\Delta hm . x^{2/\Delta hm}\right)$$

et

$$U = -2\int_0^1 \left(x + \frac{3}{2}\Delta hm x - \frac{3}{2}\Delta hm . x^{2/\Delta hm + 1}\right) dx$$

soit :

$$U = -2\left[\frac{x^2}{2}\left(1 + \frac{3}{2}\Delta hm\right) - \frac{3}{2}\Delta hm \frac{x^{2/\Delta hm + 2}}{\dfrac{2}{\Delta hm} + 2}\right]_0^1 = \frac{1 + \dfrac{5}{2}\Delta hm}{1 + \Delta hm} . \qquad 6)$$

3.1.2.2) *Détermination de la surénergie dans le cas du coup de bélier d'ondes.*

La surpression provoquée par une fermeture tend à augmenter l'énergie fournie par la machine dont la puissance peut, au début du mouvement de vannage, dépasser la puissance initiale. Il est facile de voir si cette éventualité peut se produire au moyen de l'épure de Bergeron. Dans les coordonnées d'Allievi la puissance est proportionnelle au produit $\rho(1 + \Delta h) = \rho_0$. Les points situés au-dessus de cette hyperbole ont des coordonnées telles que :

$$\rho(1 + \Delta h) > \rho_0$$

c'est-à-dire qu'ils correspondent à des puissances supérieures à la puissance initiale (Fig. 3.2), les points au-dessous à des puissances inférieures.

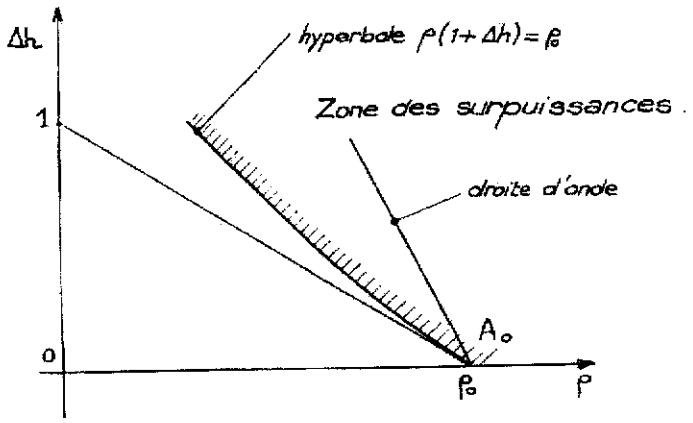



Fig. 3.2. — Surpuissance en début de fermeture.

Le premier point de l'épure de Bergeron, $A_1$, peut se trouver dans l'une ou l'autre de ces zones suivant que la tangente en $A_0$ à l'hyperbole des puissances a un coefficient angulaire inférieur ou supérieur à $-2$. Le coefficient angulaire de cette tangente est :

$$\left(\frac{d\Delta h}{d\rho}\right)_0 = -\frac{1}{\rho_0}$$

donc :

— si $\rho_0 \leqslant \frac{1}{2}$ il n'y aura pas de surpuissance, la puissance diminue dès le début de la fermeture,

— si $\rho_0 > \frac{1}{2}$ la puissance augmente au début de la fermeture, le cas se produit surtout avec des chutes basses ou moyennes.

La surénergie peut s'obtenir à partir de l'épure de Bergeron de la manière suivante (Fig. 3.3), l'épure des surpressions étant supposée faite dans les coordonnées $\rho$, $\Delta h$, considérons par exemple, l'état au temps 2 caractérisé par le point $A_2$ de coordonnées $\rho_2$, $\Delta h_2$ :

— l'abscisse $\rho_2$ représente le débit réel au temps 2, tandis que $\rho_{02}$ représente l'ouverture,

— le produit $\rho_2(1 + \Delta h_2)$ représente la puissance $w_m$ que l'on peut porter en abscisse au même temps. On peut ainsi tracer la courbe $w_m(\theta)$ alors que la droite de variation d'ouverture représente $w_{m_0}(\theta)$,

— la surénergie apparaît ainsi immédiatement sous la forme :

$$U = \frac{\int_0^{\theta_0} w_m \, d\theta}{\int_0^{\theta_0} w_{m_0} \, d\theta} = \frac{\text{aire du triangle curviligne } OA_0\,CD}{\text{aire du triangle } OA_0\,D}.$$

La détermination de $U$ peut même être rendue plus précise en corrigeant en chaque point le produit $\rho(1 + \Delta h)$ par le rendement de la turbine lorsqu'on dispose du diagramme topographique de celle-ci.

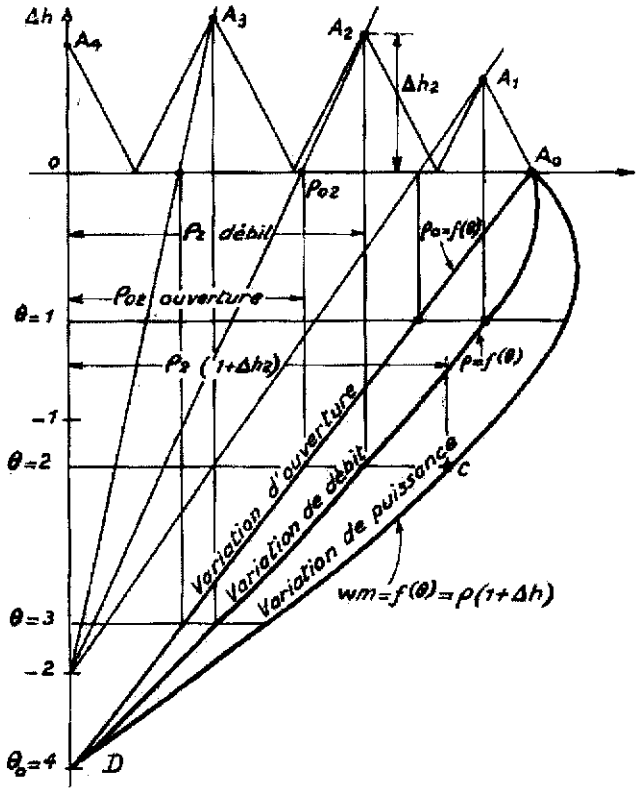



Fig. 3.3. — Epure de la surénergie.

## 3.2. Moyens propres à concilier surpression et survitesse.

Pour une installation déterminée les valeurs maximales de la surpression et de la survitesse sont généralement imposées dans le cahier des charges. Or nous avons vu :

— qu'il faut fermer suffisamment lentement pour ne pas dépasser la surpression admise,

— qu'il faut fermer suffisamment vite pour ne pas dépasser la survitesse tolérée.

Ces deux conditions peuvent être incompatibles. Le problème se pose surtout pour les turbines hélices et Francis, beaucoup moins pour les Pelton dans lesquelles le temps de manœuvre du déflecteur qui détermine la survitesse est indépendant du temps de manœuvre de l'injecteur qui conditionne la surpression.

Pour le résoudre le constructeur dispose de trois solutions :

— augmenter l'inertie ($PD^2$) des masses tournantes,

— employer un déchargeur (ou orifice compensateur) qui ouvre lorsque la turbine ferme et qui, une fois la turbine fermée, se referme lui-même assez lentement pour ne pas créer une surpression trop grande,

— placer une cheminée d'équilibre le plus près possible de la centrale, les ondes de coup de bélier sont réfléchies par la surface libre et tout se passe comme si la conduite avait pour longueur la seule portion en aval de la cheminée ce qui contribue à réduire la surpression consécutive à une fermeture en un temps donné.

3.2.1) *Augmentation de l'inertie des masses tournantes.*

La recherche des conditions économiques et techniques les plus avantageuses tant du point de vue électrique que mécanique conduit le constructeur à donner au rotor d'alternateur une certaine inertie caractérisée par ce que l'on appelle le « $PD^2$ » naturel. D'après M. Cuénod ce $PD^2$ naturel peut être évalué par la formule :

$$PD^2_{nat} = K.10^6.\frac{W_e}{N^2}$$

dans laquelle $PD^2$ est exprimé en kgf.m$^2$, $K$ est un coefficient variant de 1,5 à 3, $We$ la puissance électrique en kVa, $N$ la vitesse en t/mn.
Rappelons que :

$$\tau = \frac{PD^2.N^2}{W_e.\cos\varphi} \times \frac{1}{365\,000}.$$

La survitesse variant en raison inverse de $\tau$, le $PD^2$ naturel peut s'avérer insuffisant. Pour l'augmenter il est possible soit d'utiliser un volant soit de rendre le rotor plus massif ou d'augmenter son diamètre. La première solution est envisagée de préférence pour les groupes horizontaux tournant rapidement (Fig. 4.79 et 4.80, 1re partie). L'augmentation du $PD^2$ du rotor d'alternateur se traduit surtout par un inconvénient d'ordre économique : elle augmente le prix et les pertes de la machine.

Le rotor devra donc être surdimensionné si l'inégalité ci-dessous n'est pas satisfaite :

$$\frac{PD^2}{PD^2_{\text{nat}}} = \frac{0{,}365 \cos \varphi}{K} \frac{T}{2\Delta\omega + \Delta\omega^2} \leqslant 1$$

(cos $\varphi$, facteur de puissance de l'alternateur est généralement compris entre 0,8 et 0,9).

Il est facile de voir qu'une réduction de la survitesse admissible augmente très sensiblement ce rapport, en passant de $\Delta\omega = 0{,}3$ (valeur usuelle) à $\Delta\omega = 0{,}25$, le rapport $PD^2/PD^2$ nat. augmente de 23 %, toutes choses restant égales par ailleurs.

Il paraît donc désirable de ne pas chercher à réduire outre mesure la valeur admissible de la survitesse après une décharge brusque d'autant plus que les générateurs sont habituellement construits pour pouvoir résister aux sollicitations mécaniques résultant de la vitesse d'emballement (1,8 fois la vitesse normale pour les Pelton et jusqu'à 3,5 fois pour les Kaplan).

En ce qui concerne les turbines Francis il est souvent plus économique de prévoir un déchargeur que d'augmenter le $PD^2$ du rotor.

3.2.2) *Déchargeurs de turbines* (Orifices compensateurs).

Le déchargeur est un robinet qui met en communication la bâche de la turbine avec l'aspirateur. Chaque fois que le régulateur commande une fermeture rapide du vannage il ordonne en même temps l'ouverture du déchargeur. L'épure de la figure 3.4 montre l'amplitude du coup de bélier avec et sans déchargeur. Pour simplifier le tracé on a supposé que les caractéristiques $\rho_0(\theta)$ de la turbine et du déchargeur étaient des droites.

Les déchargeurs peuvent être commandés directement à partir du cercle de vannage, l'énergie nécessaire étant empruntée à celui-ci ou, le plus souvent, à une pression d'huile ou d'eau. L'appareil de la figure 3.5, construction de la Sté des Forges et Ateliers du Creusot, a une tendance naturelle à ouvrir, l'obturateur étant maintenu fermé par la pression d'eau appliquée au piston supérieur. L'ouverture a lieu en mettant à l'échappement cette pression d'eau par l'intermédiaire d'un clapet actionné à partir du cercle de vannage. Un dash-pot est intercalé dans cette liaison d'une part pour n'autoriser une ouverture que si la vitesse de déplacement du vannage est suffisante afin d'éviter les pertes d'eau lors des petits mouvements et, d'autre part, pour permettre au déchargeur de se refermer automatiquement après avoir fonctionné.

Le déchargeur des Ateliers de Vevey de la figure 3.6 ou celui des Ateliers des Charmilles de la figure 3.7 ont une tendance naturelle à ouvrir, la fermeture étant assurée par une pression d'huile qui se trouve mise à l'échappement dans le cas d'un mouvement de fermeture rapide. La figure 5.31 montre comment le

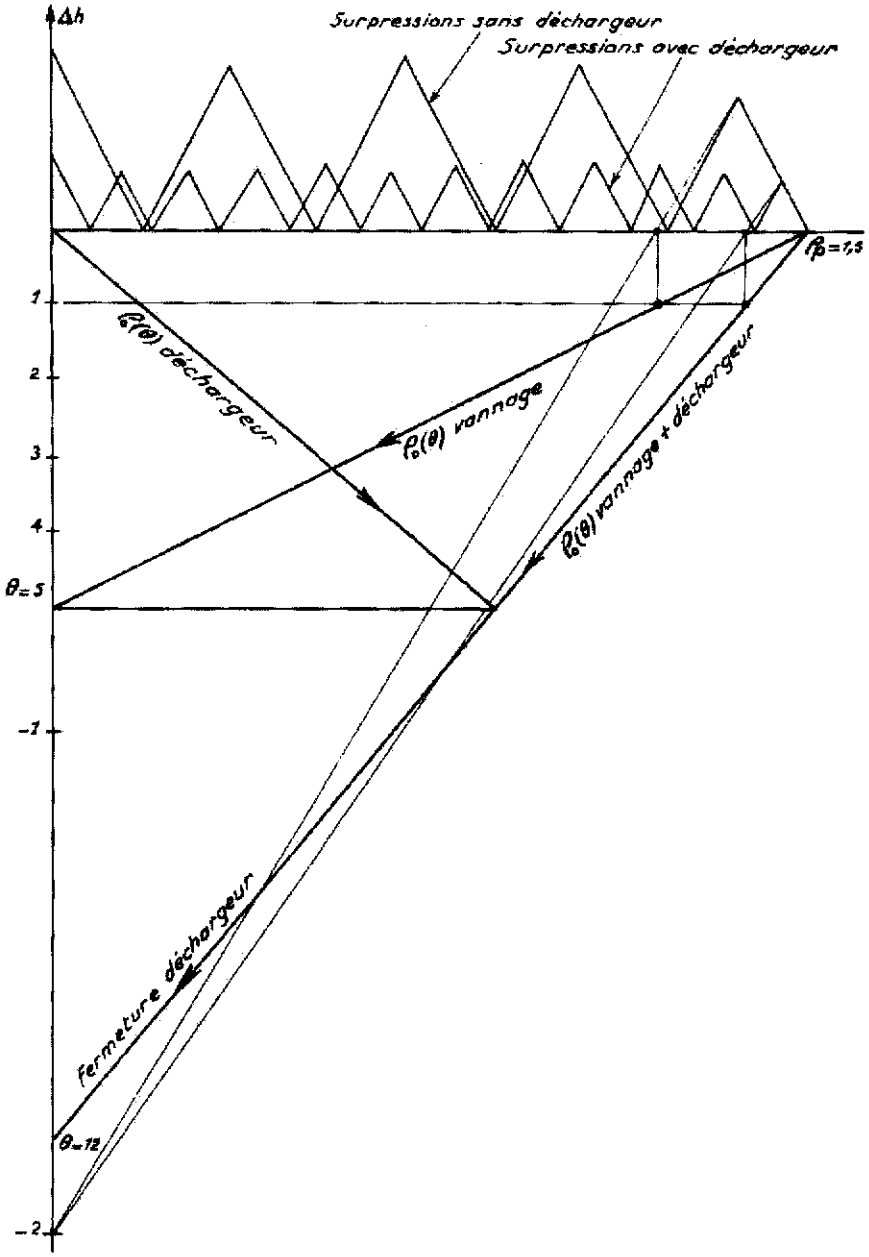
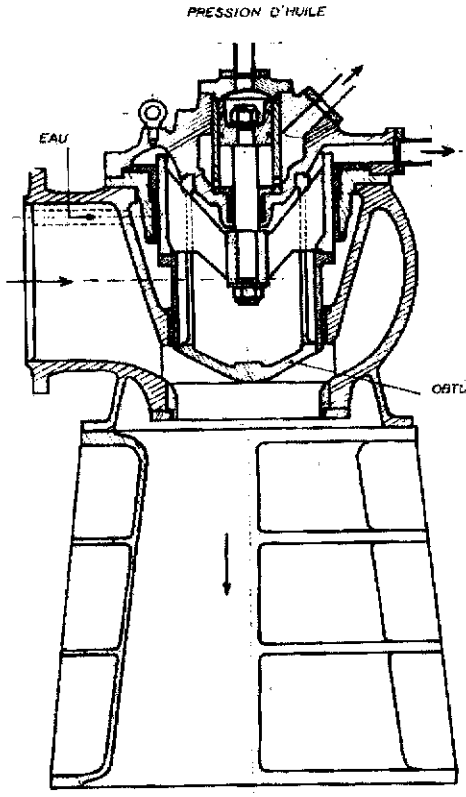
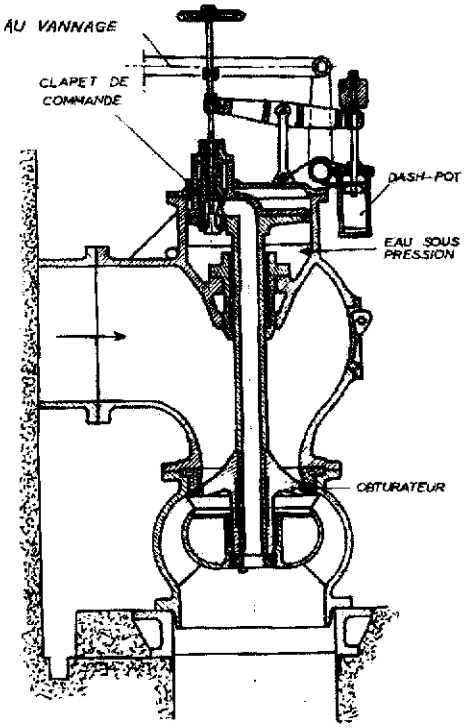



Fig. 3.4. — Réduction de la surpression par l'utilisation d'un déchargeur.

Temps de fermeture de la turbine : $\theta = 5$. Fermeture du déchargeur à $\theta = 12$.

$\Delta h_{max}$ passe de 36 à 16 %.



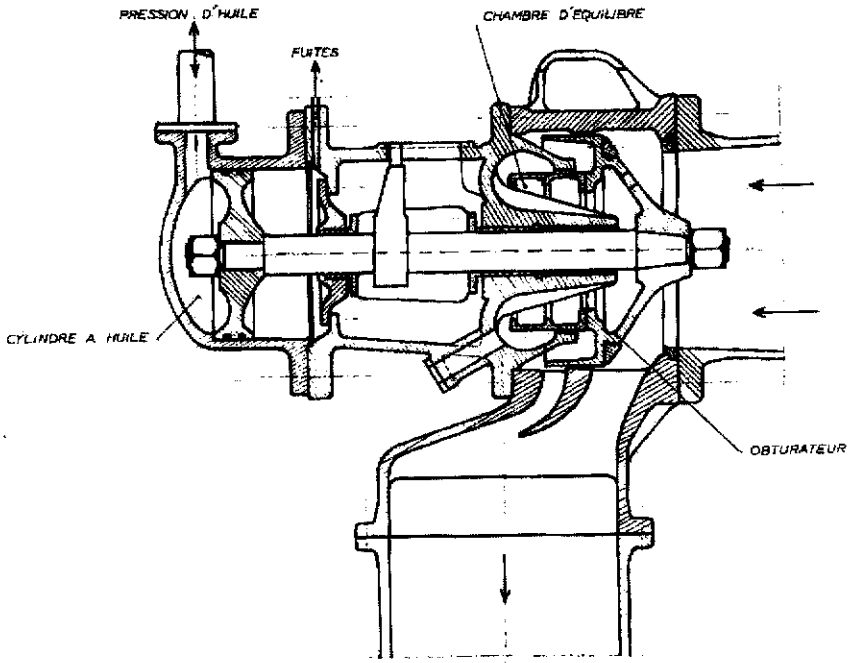




Fig. 3.5. (en haut à droite). — Déchargeur de la Sté des Forges et Ateliers du Creusot.

Fig. 3.6. (en haut à gauche). — Déchargeur des Ateliers de Vevey.

Fig. 3.7. (en bas). — Déchargeur des Ateliers des Charmilles.

déchargeur des Ateliers des Charmilles se trouve inclus dans la chaîne de régulation.

On notera, que par leur construction même, les déchargeurs n'interviennent pas lors des petits écarts, ils ne modifient donc en rien les conditions de stabilité des groupes.

3.2.3) *Cheminées d'équilibre.*

Nous avons vu au chapitre précédent comment la cheminée d'équilibre contribuait à réduire le coup de bélier et quel était le mécanisme de son fonctionnement.

Il est toutefois relativement rare qu'on emploie sans autre artifice la cheminée à section constante.

Les dimensions d'une cheminée dépendent en partie de la montée maximale de l'eau, mais si l'on peut disposer sur la cheminée d'une crête déversante à un niveau légèrement supérieur au niveau statique cette condition disparaît. Pour que la *cheminée déversante* puisse être utilisée, il faut évidemment que l'on puisse consentir des pertes d'eau et que le niveau statique ne soit pas trop variable.

Pour limiter la dénivelée on peut augmenter la section de la cheminée à sa partie supérieure en créant une *chambre d'accumulation*, on peut également prévoir une *chambre de démarrage* limitant la baisse de niveau dans le cas d'une prise de charge de la turbine. Entre les deux niveaux extrêmes on peut se contenter d'un puits de section plus réduite satisfaisant, toutefois, à la condition de Thoma.

La montée du niveau dans la cheminée simple, à la suite d'une fermeture, est le frein qui arrête l'écoulement de l'eau dans la galerie d'amenée, or ce frein est progressif puisque son effet, nul au départ, augmente avec la dénivellation dans la cheminée. Pour freiner l'écoulement, on place un *étranglement* à la base de la cheminée qui crée une perte de charge maximale au début du mouvement et dont la valeur diminue à mesure que la vitesse ralentit c'est-à-dire que la montée s'effectue. L'étranglement optimal est généralement celui pour lequel la perte de charge initiale est égale à la montée maximale.

Dans la *cheminée différentielle* le freinage supplémentaire est obtenu en permettant au niveau, lors d'une fermeture, de monter rapidement dans un tube de section réduite qui communique à sa base avec la cheminée proprement dite par des lumières. On remarquera que ce mécanisme n'est efficace que pour des manœuvres de fermeture.

Les diverses dispositions peuvent évidemment être combinées entre elles. C'est ainsi que la figure 3.8 représente une cheminée à étranglement avec chambre d'expansion de la chute Isère-Arc. La figure 3.9 donne la disposition et les dimensions d'une cheminée d'équilibre du type différentiel.

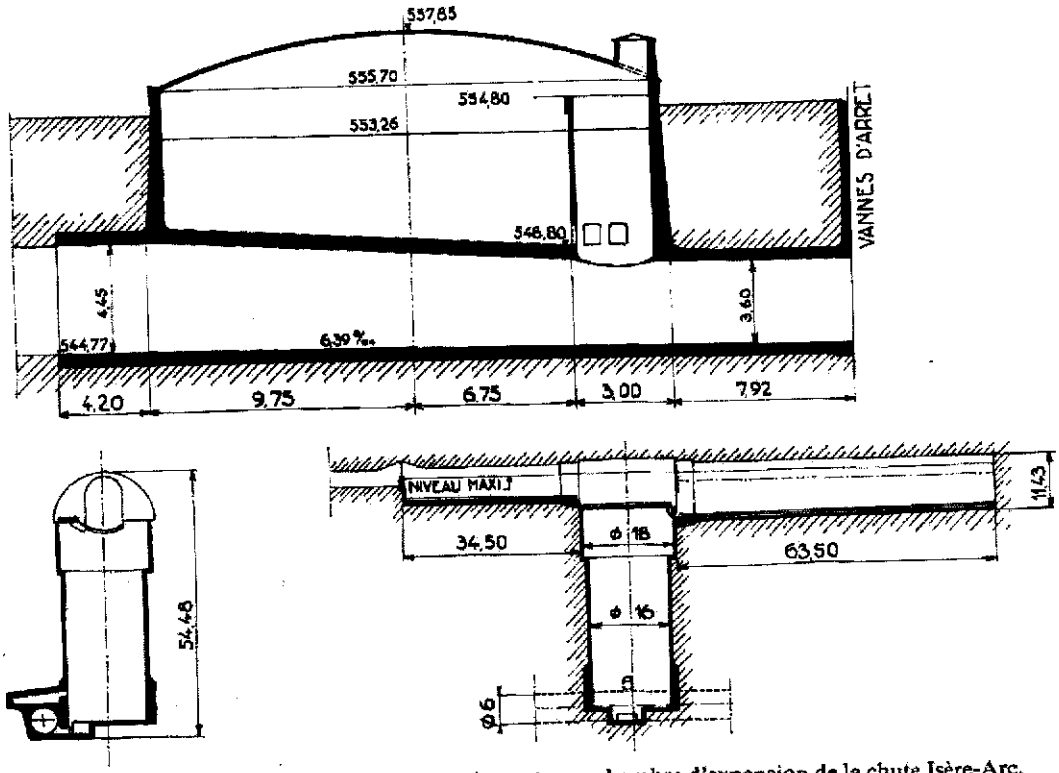



Fig. 3.8. (en bas). — Cheminée à étranglement avec chambre d'expansion de la chute Isère-Arc.
Fig. 3.9. (en haut). — Cheminée d'équilibre du type différentiel.

## 3.3. Influence du coup de bélier sur la stabilité.

Aux petits écarts de vitesse autour d'une valeur de régime correspond la partie de réponse linéaire du tiroir de distribution (voir § 1.2.2.2). Dans ces conditions une oscillation sinusoïdale de vitesse de faible amplitude se traduit par une oscillation sinusoïdale de tous les organes successifs du régulateur jusqu'au vannage qui oscille, lui aussi, sinusoïdalement. L'oscillation de vannage produit à son tour une oscillation de puissance et c'est cette dernière qui réagit sur le système tournant en faisant varier l'énergie cinétique du rotor.

Toutes ces oscillations ont même période mais diffèrent par leurs amplitudes et leurs phases. Il est nécessaire, pour l'étude de la stabilité du réglage, de connaître l'amplitude et le retard de l'oscillation de puissance par rapport à l'oscillation de vannage qui lui a donné naissance.

3.3.1) *Mise en évidence du phénomène.*

Etudions le phénomène au moyen de l'épure de Bergeron en considérant une oscillation sinusoïdale de vannage :

$$\Delta x = \Delta x_0 . \cos \beta t$$

de part et d'autre de la valeur $x_0$ de régime.

A $\Delta x_0$ correspond une variation $\Delta\rho_{0m}$ du paramètre d'Allievi de part et d'autre de la valeur $\rho_0$ définie par :

$$\rho_0 = \frac{a.Q_0}{2g.S.H_0}$$

$Q_0$ étant le débit de régime.

Graduons l'axe des temps en prenant comme unité le temps d'aller-retour d'onde dans la conduite : $\mu = 2L/a$. L'oscillation de vannage se traduit sur le diagramme par une sinusoïde dont la période $T = 2\pi/\beta$ correspond à $\theta_1$ unités de temps : $\theta_1 = T/\mu$ et dont l'amplitude a pour valeur $\Delta\rho_{0m}$. Les caractéristiques d'extrémité inférieure de la conduite sont des droites que nous pouvons sup-

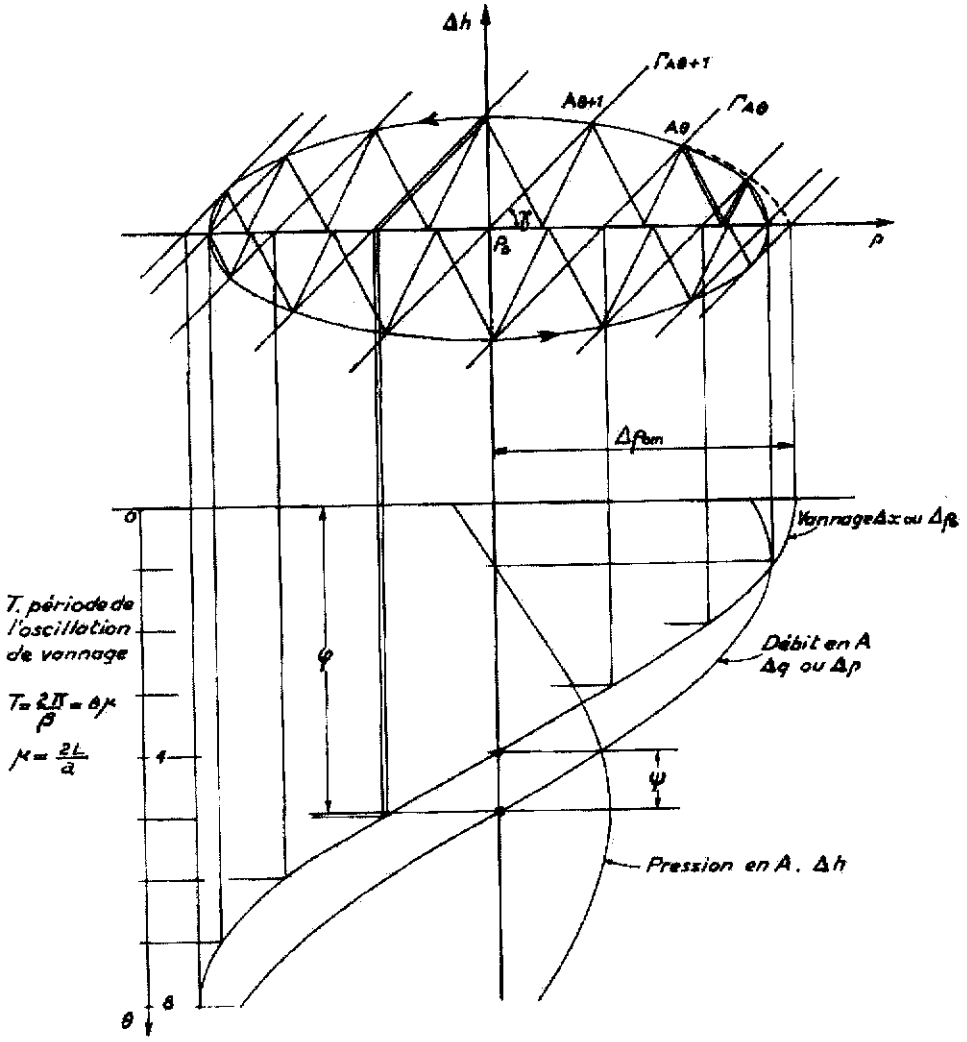



Fig. 3.10. — Epure des petites oscillations de débit et de pression consécutives à une petite oscillation de vannage.

poser parallèles entre elles en raison du faible rapport $\frac{\Delta p_{0m}}{p_0}$. La pente commune de ces droites est :

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{2}{p_0}.$$

La construction de l'épure ne présente plus à ce moment aucune difficulté. On remarque que, rapidement, les points caractéristiques viennent se placer sur une courbe fermée (Fig. 3.10).

Les oscillations de débit et de pression ont même pulsation que l'oscillation de vannage mais en diffèrent par la phase et l'amplitude, les angles de déphasages (retards) apparaissent aisément sur le diagramme :

$\psi$, déphasage de l'oscillation de débit représentée par le paramètre d'Allievi,

$\varphi$, déphasage de l'oscillation de pression.

Comme : $\varphi - \psi = \frac{\pi}{2}$ le lieu du point $A$, dont la position résulte de la composition de deux oscillations de même pulsation en quadrature, est une ellipse admettant comme axes de symérie les axes de coordonnées.

L'amplitude de l'oscillation de pression est :

$$\Delta h_0 = \Delta p_{0m}.\cos\varphi.\operatorname{tg}\gamma = \frac{2\Delta p_{0m}}{p_0}.\cos\varphi\,.$$

3.3.2) *Expression du déphasage de l'oscillation de pression.*

Soit $A_\theta$ correspondant au maximum de l'oscillation de pression. En raison de la symétrie présentée par la courbe représentative des états débit-pression en $A$ aux divers temps (ellipse), les surpressions en $A$ aux temps $\theta - 1$ et $\theta + 1$ ont même valeur $\Delta h$ (Fig. 3.11).

Nous pouvons donc écrire : $ab = a'\,b'$ avec

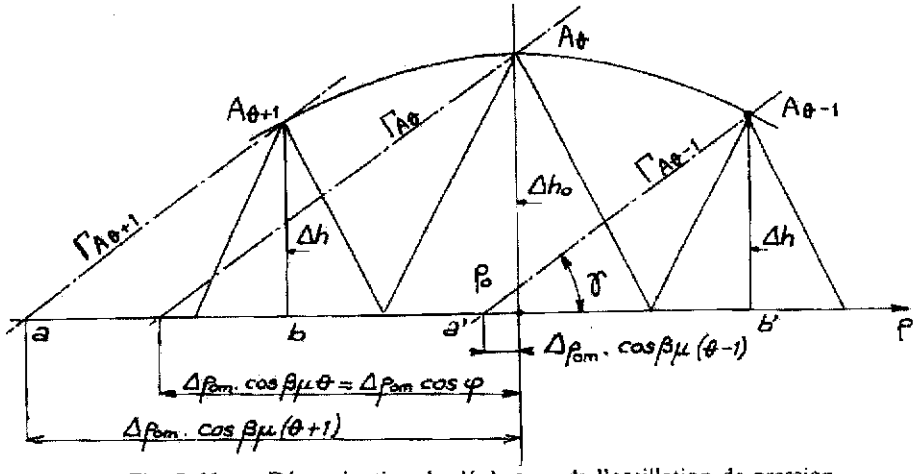



Fig. 3.11. — Détermination du déphasage de l'oscillation de pression.

$$ab = \Delta\rho_{0m}.\cos\beta\mu(\theta + 1) - \frac{\Delta h_0 + \Delta h}{2} \qquad 7)$$

$$a'b' = \Delta\rho_{0m}.\cos\beta\mu(\theta - 1) + \frac{\Delta h_0 + \Delta h}{2} \qquad 8)$$

soit en retranchant et en additionnant membre à membre :

$$2\Delta\rho_{0m}.\sin\beta\mu\theta.\sin\beta\mu + \Delta h_0 + \Delta h = 0 \qquad 9)$$

$$ab = \Delta\rho_{0m}.\cos\beta\mu\theta.\cos\beta\mu = \frac{\Delta h}{\operatorname{tg}\gamma} \quad \text{ou} \quad \Delta h = \Delta\rho_{0m}.\operatorname{tg}\gamma.\cos\beta\mu\theta.\cos\beta\mu \qquad 10)$$

d'autre part :

$$\Delta h_0 = \Delta\rho_{0m}.\cos\beta\mu\theta.\operatorname{tg}\gamma\,. \qquad 11)$$

En reportant ces valeurs dans 9 et en remarquant que : $\beta\mu\theta = \varphi$ il vient :

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{\operatorname{tg}\gamma}{2}\,\frac{1 + \cos\beta\mu}{\sin\beta\mu} = -\frac{1}{\rho_0}\operatorname{cotg}\frac{\beta\mu}{2}\,. \qquad 12)$$

La détermination de $\varphi$ peut se faire au moyen de la construction indiquée sur la figure 3.12 *a*.

On a, en effet :

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{MN}{ON} = \frac{LP}{ON} = \frac{1}{\rho_0}\operatorname{cotg}\frac{\beta\mu}{2}\,.$$

*Cas du coup de bélier en masse.*

L'expression 12 reste valable. En remarquant que :

$$\rho_0 = \frac{aV_0}{2gH_0} \qquad \mu = \frac{2L}{a}$$

et que l'on peut confondre $\operatorname{tg}\frac{\beta\mu}{2}$ avec $\frac{\beta\mu}{2} = \frac{\beta L}{a}$ en raison de la valeur réduite de $\mu$, on obtient :

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{2gH_0}{\beta.L.V_0} = -\frac{2}{\beta\Theta} \qquad 13)$$

$\Theta$ étant le temps caractéristique de la conduite.

La détermination géométrique est immédiate, figure 3.12.*b*.

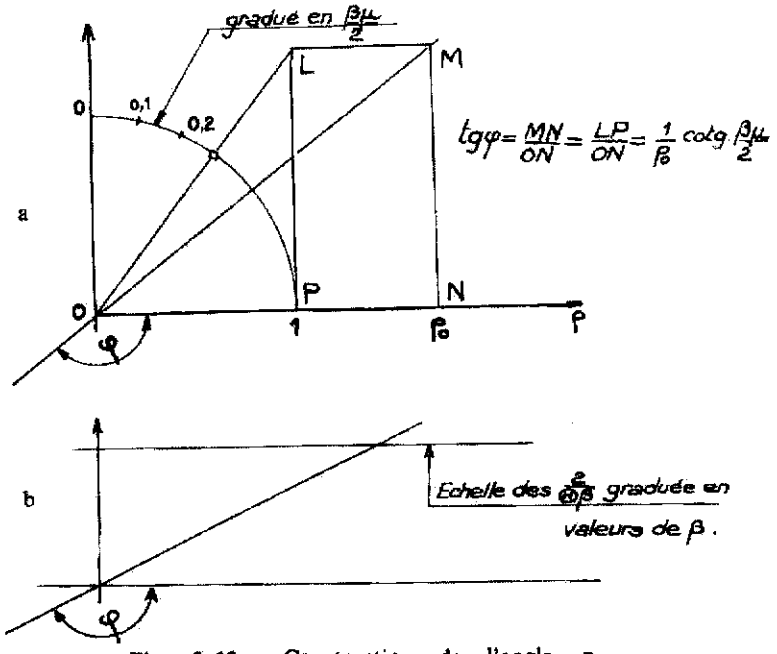



Fig. 3.12. — Construction de l'angle $\varphi$.
*a* : Coup de bélier d'onde. *b* : Coup de bélier en masse.

3.3.3) *Représentation des oscillations de débit, de pression et de puissance à partir de l'oscillation de vannage.*

Les écarts de vannage, de débit, de pression et de puissance, lorsqu'ils sont suffisamment réduits, sont liés par les relations :

$$\Delta q = \Delta x + \frac{\Delta h}{2}$$

$$\Delta w = \Delta x + \frac{3}{2}\Delta h$$

d'où la représentation vectorielle indiquée sur la figure 3.13 sur laquelle appa-

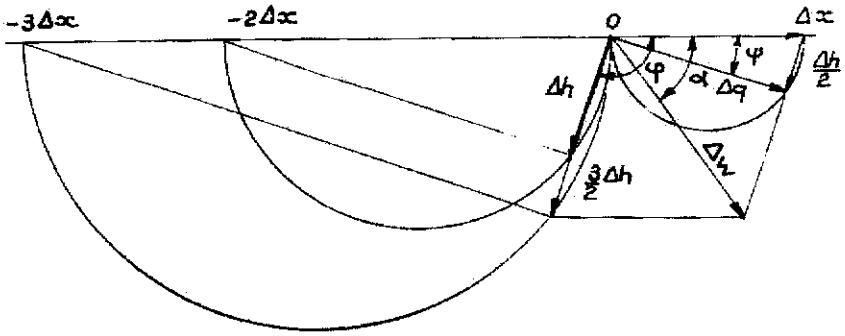



Fig. 3.13. — Représentation vectorielle des oscillations de vannage, de débit, de pression et de puissance.

raissent $\alpha$, déphasage de l'oscillation de puissance et les amplitudes respectives des oscillations.

On notera l'ordre de grandeur du retard de l'oscillation de puissance sur celle de vannage. Si nous prenons par exemple $\Theta = 2$ (chute moyenne) et une oscillation de vannage de période $2\pi.s$ (6 secondes est un ordre de grandeur courant pour une période d'oscillation de pompage d'un régulateur de turbine), on trouve : $\beta = \frac{2\pi}{T} = 1$ $\operatorname{tg} \varphi = -1$ $\varphi = 135^0$. La construction montre que l'oscillation de puissance est en retard de $\alpha = 108^o$ sur l'oscillation de vannage et que son amplitude est multipliée par 1,58 par rapport à ce qu'elle serait sans coup de bélier (Fig. 3. 14).

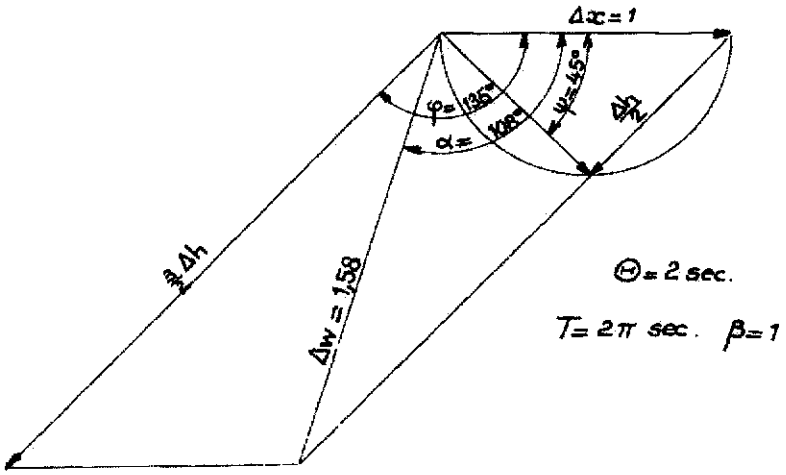



Fig. 3.14. — Détermination du déphasage et de l'amplitude de l'oscillation de puissance dans un cas particulier.

Cet exemple montre qu'il est inutile d'essayer de réduire outre mesure les retards qui peuvent exister dans le mécanisme de transmission des ordres du tachymètre lorsque entre l'exécution de l'ordre par le vannage et l'effet produit existent des retards aussi considérables et impossibles à limiter.