CHAPITRE 4

ÉTUDE DE LA STABILITÉ DU RÉGLAGE AUTOMATIQUE DE VITESSE

4.1. Exposé du problème.

Dans la théorie élémentaire exposée au chapitre 1 nous avons étudié la stabilité des principaux types de réglage en écrivant les équations différentielles et algébriques qui régissent et lient entre eux les mouvements de leurs différentes parties. Le comportement du réglage se traduisait finalement par une équation différentielle linéaire du second ordre. Ecrire que le système est stable c'est écrire que la solution de cette équation est une sinusoïde amortie, ce qui arrive lorsque les trois termes de l'équation ont des coefficients positifs.

Mais l'introduction de nouveaux paramètres (inertie de l'eau en particulier) rend le problème plus complexe et l'équation caractéristique à laquelle on est conduit peut être du troisième ou du quatrième ordre. On ne peut pas la résoudre mais on peut dire si elle conduit à un équilibre stable ou instable du système par l'examen des signes de ses racines au moyen du critère d'Hurwitz.

Une autre méthode, d'une application plus pratique, consiste à définir la fonction de transfert globale de l'installation, à la représenter dans le plan complexe, cette représentation constituant ce que l'on appelle la courbe de comportement fréquentiel du circuit bouclé, et à appliquer le critère de Nyquist.

C'est cette dernière méthode que nous utiliserons dans le cas général, réservant le critère d'Hurwitz à quelques cas particuliers pour lesquels il conduit à une solution plus rapide.

Au préalable nous allons définir et calculer, au moyen d'un exemple, ce que l'on entend par fonction de transfert d'un mécanisme.

4.2. Fonctions de transfert et schéma fonctionnel de l'installation en marche isolée.

4.2.1) Définition et calcul de la fonction de transfert d'un mécanisme.

Considérons le mécanisme constitué, par exemple, par le régleur accélérotachymétrique. La grandeur (ou signal) d'entrée est l'écart de vitesse $\Delta \omega$, la

grandeur (ou signal) de sortie le déplacement du pilote Δz . L'équation différentielle qui régit le comportement du système s'écrit (§ 1.2.3.2) :

$$\Delta z = -K_0 \, \Delta \omega - K_1 \, \frac{\mathrm{d} \Delta \omega}{\mathrm{d} t} \,. \qquad a)$$

Supposons $\Delta\omega$ fonction sinusoïdale du temps, amortie, amplifiée ou entretenue:

$$\Delta \omega = \Delta \omega_0 \cdot e^{-\alpha t} \cdot \cos \beta t$$
.

En raison de la linéarité de l'équation a, Δz est également fonction sinusoïdale du temps de même pulsation β , de même amortissement — α , déphasée de φ :

$$\Delta z = \Delta z_0 \cdot e^{-\alpha t} \cdot \cos(\beta t + \varphi)$$
.

On peut considérer $\Delta \omega$ et Δz comme les parties réelles des quantités complexes :

$$\begin{split} \overline{\Delta\omega} &= \Delta\omega_0 \cdot \mathrm{e}^{(-\alpha+\mathrm{i}\beta)t} \\ \overline{\Delta z} &= \Delta z_0 \cdot \mathrm{e}^{-\alpha t + \mathrm{i}(\beta t + \varphi)} \end{split} \qquad i = \sqrt{-1},$$

qui, portées dans l'équation a, donnent :

$$\Delta z_0 \cdot e^{-\alpha t + i(\beta t + \varphi)} = -K_0 \cdot \Delta \omega_0 \cdot e^{(-\alpha + i\beta)t} - (-\alpha + i\beta) K_1 \cdot \Delta \omega_0 \cdot e^{(-\alpha + i\beta)t} \quad b).$$

Divisons les deux membres de l'équation b par $e^{(-\alpha+i\beta)t}$, ce qui revient à fixer les vecteurs de Fresnel représentant les signaux d'entrée et de sortie :

$$\Delta z_0 \cdot e^{i\phi} = \Delta \omega_0 \times - [K_0 + K_1(-\alpha + i\beta)]$$

 $\Delta z_0 \cdot e^{i\varphi}$ et $\Delta \omega_0$ représentent respectivement les vecteurs de Fresnel de sortie et d'entrée (Fig. 4.1). Par conséquent :

$$\frac{\overline{\Delta z}}{\overline{\Delta \omega}} = -\left[K_0 - K_1 \alpha + K_1 \cdot i\beta\right] = \overline{T} \quad \text{ou} \quad \overline{T(p)}.$$

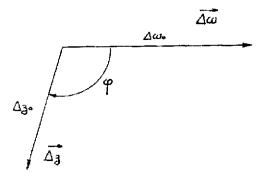


Fig. 4, 1.

La fonction de transfert \overline{T} est le nombre complexe par lequel il faut multiplier le vecteur de Fresnel du signal d'entrée pour obtenir le vecteur de Fresnel du signal de sortie. En posant pour simplifier :

$$\overline{p} = -\alpha + i\beta$$
 \overline{p} , pulsation complexe

l'expression de \overline{T} devient :

$$\overline{T}(\overline{p}) = \frac{\overline{\Delta z}}{\overline{\Delta \omega}} = -(K_0 + K_1 \cdot \overline{p}).$$

On remarquera que la fonction de transfert se déduit de l'équation différentielle du mécanisme en remplaçant les symboles de dérivation par la pulsation complexe élevée à la puissance correspondante :

remplacer
$$\frac{d^n}{dt^n}$$
 par \overline{p}^n .

Pour une valeur définie de α et une pulsation β variable, le point représentatif de la fonction de transfert décrit dans le plan complexe une courbe dite courbe de comportement fréquentiel. Les courbes β = cte et α variable constituent avec les précédentes un réseau à mailles carrées à condition de choisir α et β en progressions arithmétiques de même raison (cf. propriétés des fonctions analytiques).

4.2.2) Fonctions de transfert et schéma fonctionnel de l'installation (en marche isolée).

Le problème consiste à mettre les équations du réglage établies dans les chapitres précédents sous forme opérationnelle, en remplaçant les symboles de dérivation par la pulsation complexe \overline{p} élevée à la puissance convenable.

4.2.2.1) Equations de l'ensemble galerie, cheminée, conduite. Ce sont, voir paragraphe 2.3.3:

$$\Theta_{g} \cdot \frac{d\Delta v_{g}}{dt} + \Delta z + 2K_{g} \cdot \Delta v_{g} = 0$$

$$\Theta_{c} \cdot \frac{d\Delta v_{c}}{dt} + \Delta h - \Delta z + 2K_{c} \cdot \Delta v_{c} = 0$$

$$R(\Delta v_{g} - \Delta v_{c}) = \frac{d\Delta z}{dt}$$

qui sous forme opérationnelle deviennent :

$$(\Theta_{g}.\overline{p} + 2K_{g})\overline{\Delta v_{g}} = -\overline{\Delta z}$$

$$(\Theta_c \cdot \overline{p} + 2K_c) \overline{\Delta v_c} = -\overline{\Delta h} + \overline{\Delta z}$$
 2)

$$R(\overline{\Delta v_a} - \overline{\Delta v_c}) = \overline{p}.\overline{\Delta z}.$$

La fonction de transfert s'obtient en éliminant $\overline{\Delta v_g}$ et $\overline{\Delta z}$ dans les relations cidessus. On obtient :

$$\overline{T}_{1} = \frac{\overline{\Delta v_{c}}}{\overline{\Delta h}}$$

$$= \frac{R + (\Theta_{g} \cdot \overline{p} + 2K_{g}) \cdot \overline{p}}{R[(\Theta_{c} + \Theta_{g}) \cdot \overline{p} + 2(K_{g} + K_{c})] + (\Theta_{c} \cdot \overline{p} + 2K_{c}) (\Theta_{g} \cdot \overline{p} + 2K_{g}) \overline{p}}. \quad 4)$$

4.2.2.2) Equation du régulateur.

En prenant par exemple un régulateur tachyaccélérométrique, nous aurons (§ 1.4.2.1) :

$$\frac{\mathrm{d}\Delta x}{\mathrm{d}t} = -K_0 \left(\Delta \omega - \Delta \omega_c + n \frac{\mathrm{d}\Delta \omega}{\mathrm{d}t} + \sigma' \Delta x \right).$$

Pour l'étude de la stabilité du réglage automatique nous maintiendrons les grandeurs indépendantes du jeu du réglage constantes c'est-à-dire que nous n'envisagerons pas de manœuvre du changement de vitesse : $\Delta\omega_c = 0$. Dans ces conditions la fonction de transfert du régulateur est :

$$\overline{p} \, \overline{\Delta x} = -K_0 (\overline{\Delta \omega_e} + n \overline{p} \, \overline{\Delta \omega_e} + \sigma' \, \overline{\Delta x})$$

$$\overline{T}_2 = \frac{\overline{\Delta x}}{\overline{\Delta \omega_e}} = -\frac{K_0 (1 + n \overline{p})}{\overline{p} + K_0 \cdot \sigma'}.$$
5)

4.2.2.3) Equations du groupe et du réseau.

Ce sont (voir § 1.4.1.1 et 1.4.1.2):

$$\tau \cdot \frac{\mathrm{d}\Delta\omega}{\mathrm{d}t} = A \cdot \Delta h - B \cdot \Delta\omega + C \cdot \Delta x - D \cdot \Delta u_c - \Delta w_{0ch}$$

qui avec $\Delta u_c = 0$ et $\Delta w_{0ch} = 0$ pour les raisons indiquées ci-dessus devient :

$$\overline{\tau p}.\overline{\Delta \omega_i} = A.\overline{\Delta h} - B.\overline{\Delta \omega_i} + C.\overline{\Delta x}$$
 6)

et:

$$\Delta q = a \cdot \Delta h + (1 - 2a) \Delta \omega + b \cdot \Delta x$$

qui s'écrit :

$$\overline{\Delta q} = a \cdot \overline{\Delta h} + (1 - 2a) \overline{\Delta \omega_i} + b \cdot \overline{\Delta x}$$
 7)

Remarque importante. Nous avons distingué l'oscillation de vitesse du régulateur $\overline{\Delta \omega_e}$ de l'oscillation de vitesse du groupe $\overline{\Delta \omega_i}$. Les vecteurs représentatifs de ces deux oscillations sont évidemment confondus et leur identité constitue la relation qui exprime le rétablissement du fonctionnement normal du réglage.

Ou, sous un autre langage, distinguer $\Delta \omega_e$ de $\Delta \omega_i$ revient à couper la boucle de régulation entre la turbine et le régleur et écrire que la fonction de transfert globale :

$$\overline{T} = \frac{\overline{\Delta \omega_i}}{\overline{\Delta \omega_e}} = 1$$

est égale à l'unité signifie que la chaîne de régulation a été refermée. L'étude de la stabilité de réglage revient, comme nous le verrons plus loin à rechercher les conditions dans lesquelles cette chaîne de régulation peut se refermer.

De l'équation 6 nous tirons :

$$\overline{T_3} = \frac{\overline{\Delta \omega_i}}{\overline{\Delta x}} = \frac{1}{\tau \cdot \overline{p} + B} \left(C + A \frac{\overline{\Delta h}}{\overline{\Delta x}} \right)$$

et de 7:

$$\frac{\overline{\Delta q}}{\overline{\Delta h}} = a + (1 - 2a) \frac{\overline{\Delta \omega_i}}{\overline{\Delta h}} + b \frac{\overline{\Delta x}}{\overline{\Delta h}}$$

or:

$$\frac{\overline{\Delta q}}{\overline{\Delta h}} = \frac{\overline{\Delta v_c}}{\overline{\Delta h}} = \overline{T_1} \qquad \text{et} \qquad \frac{\overline{\Delta \omega_i}}{\overline{\Delta h}} = \frac{\overline{\Delta \omega_i}}{\overline{\Delta x}} \cdot \frac{\overline{\Delta x}}{\overline{\Delta h}} = \overline{T_3} \cdot \frac{\overline{\Delta x}}{\overline{\Delta h}}$$

d'où:

$$\frac{\overline{\Delta h}}{\overline{\Delta x}} = \frac{b + (1 - 2a)\overline{T}_3}{\overline{T}_1 - a}$$

et:

$$\overline{T}_3 = \frac{\overline{\Delta \omega}_i}{\overline{\Delta x}} = \frac{C(\overline{T}_1 - a) + A \cdot b}{(\overline{T}_1 - a)(\tau \cdot \overline{p} + B) - A(1 - 2a)}.$$
 8)

La fonction de transfert globale est :

$$\overline{T} = \frac{\overline{\Delta\omega_i}}{\overline{\Delta\omega_e}} = \frac{\overline{\Delta\omega_l}}{\overline{\Delta x}} \cdot \frac{\overline{\Delta x}}{\overline{\Delta\omega_e}} = \overline{T}_2 \cdot \overline{T}_3 .$$
 9)

4.2.2.4) Remarque. Pour simplifier l'étude de la stabilité de réglage on considère souvent la turbine comme un orifice. Dans ces conditions le rendement est constant, ce qui entraîne c = d = 0, le débit et la chute sont indépendants de la vitesse de rotation, d'où : a = 0.5 et b = 1. En conséquence A = 1.5, B' = 0, B = B'' et C = b = 1 et :

$$\overline{T}_3 = \frac{1}{\tau \cdot \overline{p} + B''} \left(1 + \frac{3}{2\overline{T}_1 - 1} \right)$$

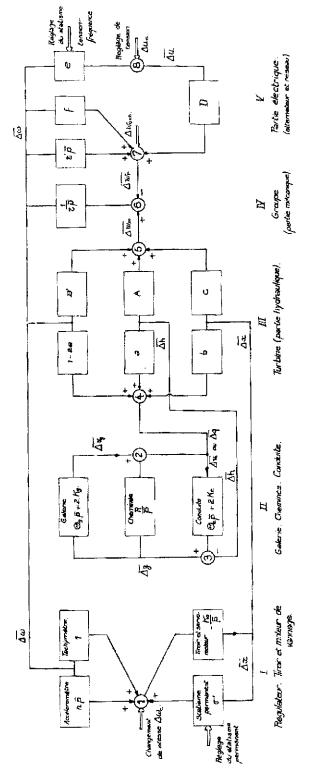


Fig. 4.2. — Schéma fonctionnel d'une installation hydraulique avec cheminée d'équilibre et régulateur tachyaccélérométrique. Fonctionnement en marche isolée.

la fonction de transfert globale étant :

$$\overline{T} = \overline{T}_2.\overline{T}_3 = \frac{-K_0(1+n\overline{p})}{(\overline{p}+K_0\sigma')(\tau\overline{p}+B'')} \left(1+\frac{3}{2\overline{T}_1-1}\right).$$
 10)

4.2.2.5) Schéma fonctionnel de l'installation (Fig. 4.2).

Il représente les équations relatives au réglage et les relations entre elles. Les fonctions de transfert sont indiquées par des rectangles, les sommations par des cercles (les signes de chaque terme étant précisés par + ou -). Les grandeurs indépendantes du jeu du réglage sont indiquées par des flèches yenant de l'extérieur.

Commentaires sur le schéma de la figure 4.2.

Le groupement I, régulateur, tiroir et servomoteur de vannage illustre la relation 5. La sommation : $\overline{\Delta \omega_e} + n.\overline{p} \ \overline{\Delta \omega_e} + \sigma' \ \overline{\Delta x}$ est faite dans ① et l'élément tiroir-servomoteur effectue le produit par $-\frac{K_0}{\overline{p}}$ pour donner $\overline{\Delta x}$. Le groupement II, galerie, cheminée, conduite caractérise les équations 1, 2 et 3. En ② la somme $\overline{\Delta v_g} - \overline{\Delta v_c}$, l'élément cheminée effectuant le produit $\frac{R}{\overline{p}} (\overline{\Delta v_g} - \overline{\Delta v_c})$ pour donner $\overline{\Delta z}$. En ③ la somme $\overline{\Delta z} - \overline{\Delta h}$, transformée par l'élément conduite en $\overline{\Delta v_c}$ (ou $\overline{\Delta q}$).

Dans le groupement III, partie hydraulique de la turbine, on distingue deux parts, celle constituée par les éléments de gauche donne la somme, réalisée en ⓐ, $a \overline{\Delta h} + (1-2a) \overline{\Delta \omega_i} + b \overline{\Delta x}$, qui correspond à l'équation 7, la partie constituée par les éléments de droite conduit à la somme, réalisée en ⑥ : $A \overline{\Delta h} + B' \overline{\Delta \omega_i} + C \overline{\Delta x}$, qui est égale à $\overline{\Delta w_m}$ d'après l'équation 33 du paragraphe 1.4.1.1.

Le groupement V, partie électrique (alternateur et réseau), aboutit à l'expression $\overline{\Delta w}$, donnée par l'équation 34 du paragraphe 1.4.1.2 que nous écrivons :

$$\overline{\Delta w_i} = \underline{\tau}' \cdot \overline{p} \cdot \overline{\Delta \omega_i} + f \cdot \overline{\Delta \omega_i} + e \cdot D \cdot \overline{\Delta \omega_i} + D \cdot \Delta u_c + \Delta w_{och}$$

somme qui se trouve effectuée en T.

Enfin en 6, se trouve effectuée la somme $\Delta w_m - \Delta w_r$, l'élément caractérisant l'inertie du groupe effectuant le produit $(\Delta w_m - \Delta w_r) \frac{1}{\tau \cdot \overline{p}} = \overline{\Delta \omega_i}$, ce qui traduit l'équation 28 du paragraphe 1.4.1.

4.3. Critère de stabilité de Nyquist.

Supposons tracées, dans le plan complexe, le réseau des courbes de comportement fréquentiel (α = cte) et des courbes orthogonales (β = cte) correspon-

dant à une fonction de transfert déterminée, par exemple : $\overline{T} = \frac{\overline{\Delta \omega_i}}{\overline{\Delta \omega_e}}$ (Voir figure 4.3).

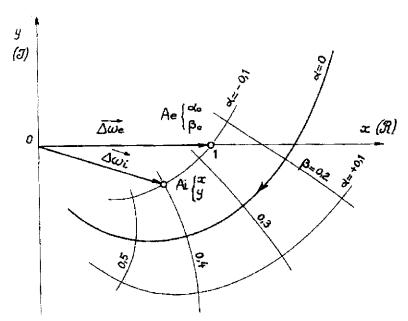


Fig. 4.3. — Critérium de Nyquist.

La courbe de comportement fréquentiel à amortissement nul $(\alpha = 0)$ sépare les régions $\alpha > 0$ et $\alpha < 0$.

En prenant comme unité l'oscillation excitatrice $\Delta \omega_e$, nous pouvons écrire :

$$\overline{\Delta\omega}_i = \overline{T}$$

ou encore:

$$x + iy = \overline{T}(\overline{p}) = f(-\alpha + i\beta).$$
 11)

Le vecteur $\overrightarrow{OA_i}$, A_i de coordonnées xy dans le plan complexe et $\alpha\beta$ dans le réseau, représente l'oscillation induite $\Delta\omega_i$ mesurée à l'échelle de l'oscillation excitatrice prise comme unité et représentée par le vecteur $\overrightarrow{OA_e}$. La relation 11 montre également que l'oscillation induite est fonction analytique de la pulsation complexe $\overline{p} = -\alpha + i\beta$, α et β fonctions réelles de x et y sont harmoniques et :

$$\frac{\partial \beta}{\partial x} = \frac{\partial \alpha}{\partial y} \qquad \frac{\partial \beta}{\partial y} = -\frac{\partial \alpha}{\partial x}.$$

Il résulte de cette dernière propriété qu'un observateur parcourant la courbe $\alpha=0$ dans le sens des β croissants voit la région des $\alpha<0$ à sa droite.

Le jeu normal du réglage est rétabli lorsque les vecteurs $\overrightarrow{OA_e}$ et $\overrightarrow{OA_i}$ coïncident, c'est-à-dire pour les valeurs α_0 , β_0 caractérisant la position de A_e dans le réseau $\alpha.\beta$. Si $\alpha_0 > 0$, toute oscillation tend à s'amortir et le réglage est stable, inversement si $\alpha_0 < 0$. La limite de stabilité est caractérisée par une courbe $\alpha = 0$ passant par A_e (+ 1, + i.0).

D'où un énoncé du critérium de Nyquist :

Si un observateur parcourant la courbe de comportement fréquentiel à amortissement nul $(\alpha=0)$, dans le sens des β croissants, au voisinage du point A_e (+1, +i.0), voit celui-ci à sa gauche, le réglage est stable.

4.4. Application numérique. Etude de la stabilité de réglage d'une installation fonctionnant en marche isolée.

4.4.1) Données.

L'installation choisie présente les caractéristiques suivantes : Chute brute : 338 m. Trois turbines Francis de 23 400 kW à 750 t/mn sous la chute nette de 315 m et un débit unitaire de 8,4 m³/s (ns au point de fonctionnement, 101 t/mn). Alternateur de 26 000 kVA.

La galerie a une longueur de 8 870 m, une section de 7,1 m². Perte de charge 18 m pour le débit normal. Une conduite par turbine, longueur 570 m, section 1,54 m², perte de charge 5 m pour le débit normal. Section de la cheminée d'équilibre : 16 m².

Les trois turbines sont identiques, nous supposerons pour l'étude du réglage qu'elles fonctionnent toutes au même point de régime permanent, ce qui permettra de les assimiler à une turbine unique. Ce point de fonctionnement est défini sur le diagramme de la figure 4.4 par :

$$\psi_0 = 2$$
 $\phi_0 = 0.285$ $\eta_0 = 0.90$ point O

$$ns = 343. \, \phi_0^{1/2}. \, \psi_0^{-3/4}. \, \eta^{1/2} = 102 \, \text{t/mn}.$$

Régulateur tachyaccélérométrique (voir § 1.4.2.1) : rapidité de réponse : $K_0 = 1 \,\mathrm{s}^{-1}$, dosage accélérométrique : $n = 4 \,\mathrm{s}$, statisme permanent : $\sigma' = 0.05$. Réseau (voir paragraphe 1.4.1.2) : sensibilité de la puissance résistante à la fréquence : f = 0.4, statisme tension-fréquence : e = 0.2, sensibilité de la puissance résistante à la tension : D = 0.8.

4.4.2) Détermination des éléments nécessaires pour l'étude de la stabilité du réglage.

Système galerie, conduite, cheminée (voir § 2.3.3). Temps caractéristique de la galerie:

$$V_{g0} = \frac{3 \times 8,4}{7,1} = 3,55 \text{ m/s}$$
 $\Theta_g = \frac{L_g \cdot V_{g0}}{g \cdot H_0} = \frac{8870 \times 3,55}{9,81 \times 338} = 9,5 \text{ s}.$

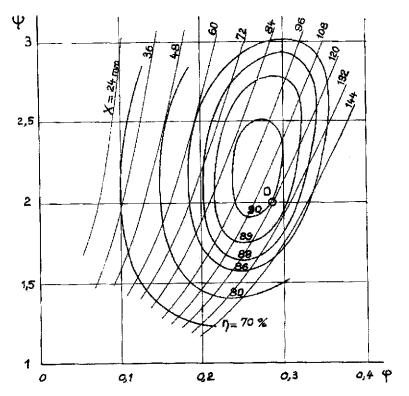


Fig. 4.4. — Caractéristiques de fonctionnement d'une turbine Francis. $\psi = \frac{gH}{\mu^2} \qquad \qquad \varphi = \frac{4Q}{\mu_2 + \pi \cdot D^2}$

Temps caractéristique de la conduite :

$$V_{c0} = \frac{8.4}{1.54} = 5.46 \text{ m/s}$$
 $\Theta_c = \frac{L_c \cdot V_{c0}}{g \cdot H_0} = \frac{570 \times 5.46}{9.81 \times 338} = 0.94 \text{ s}.$

Inverse du temps caractéristique de la cheminée :

$$R = \frac{Q}{S_{ch} \cdot H_0} = \frac{25.2}{16 \times 338} = 0.004 \ 67 \ s^{-1}$$
.

Pertes de charge:

$$K_g = \frac{18}{338} = 0.0533 \text{ m/m}$$

$$K_c = \frac{5}{338} = 0.0148 \text{ m/m}$$

Turbine, partie hydraulique.

Les rapports a, b, c, d, voir paragraphe 1.4.1.1 au voisinage du point de fonctionnement sont évalués graphiquement (Fig. 4.5). On trouve :

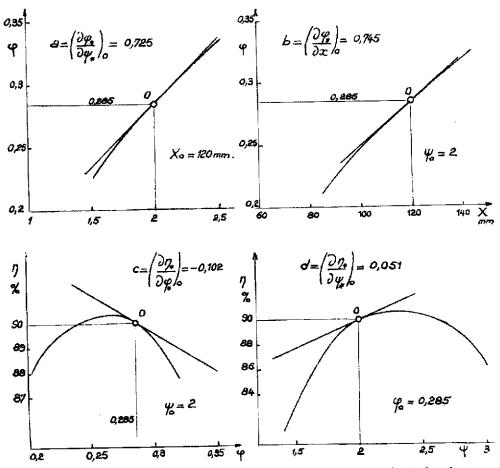


Fig. 4.5. — Détermination des caractéristiques a, b, c, d au voisinage du point de fonctionnement.

sensibilité du débit à la variation de chute : a=0,725, sensibilité du débit à l'ouverture du vannage : b=0,745, sensibilité du rendement au débit : c=-0,10, sensibilité du rendement à la variation de chute : d=0,05.

D'où : A = 1,70, B' = -0,40, C = 0,67.

Inertie du groupe.

Avec K = 1,70, le PD^2 du groupe turboalternateur est (voir § 3.2.1):

$$PD^2 = \frac{1.70 \times 26\,000 \times 10^6}{750^2} \simeq 80\,000\,\mathrm{daN.m^2}$$

et le temps de lancer:

$$\tau = \frac{80\ 000\ \times\ 750^2}{23\ 400\ \times\ 365\ 000} = 5{,}25\ s\ .$$

Caractéristiques du réseau.

Avec:

$$f = 0.4$$
, $e = 0.2$, $D = 0.8$, $B'' = f + eD = 0.56$

ct:

$$B = B'' - B' = 0.56 + 0.40 = 0.96$$
.

4.4.3) Fonctions de transfert et courbe de comportement fréquentiel.

On calcule successivement:

 T_1 , fonction de transfert de l'ensemble galerie, cheminée, conduite, donnée par la formule 4 du paragraphe 4.2.2.1 :

$$\overline{T}_1 = \frac{\overline{\Delta v_c}}{\overline{\Delta h}} = -\frac{9.5\overline{p}^2 + 0.107\overline{p} + 0.00467}{8.92\overline{p}^3 + 0.383\overline{p}^2 + 0.0517\overline{p} + 0.000635}$$

puis \overline{T}_2 , formule 5 du paragraphe 4.2.2.1 :

$$\overline{T}_2 = \frac{\overline{\Delta x}}{\overline{\Delta \omega_e}} = -\frac{\overline{4p} + 1}{\overline{p} + 0.05}$$

et \overline{T}_3 , formule 8 du paragraphe 4.2.2.3 :

$$\overline{T}_3 = -\frac{7\overline{p}^3 - 6,07\overline{p}^2 - 0,031\overline{p} - 0,0026}{34\overline{p}^4 + 50,7\overline{p}^3 + 9,86\overline{p}^2 + 0,126\overline{p} + 0,00445}$$

La fonction de transfert globale est :

$$\overline{T} = \overline{T}_2 \cdot \overline{T}_3 = \frac{28\overline{p}^4 - 17,3\overline{p}^3 - 6,2\overline{p}^2 - 0,041\overline{p} - 0,0026}{34\overline{p}^5 + 52,4\overline{p}^4 + 12,4\overline{p}^3 + 0,62\overline{p}^2 + 0,0107\overline{p} + 0,000222}.$$

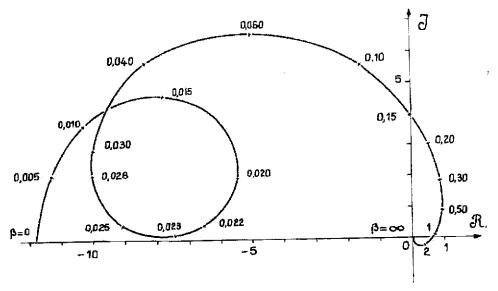
La courbe de comportement fréquentiel à amortissement nul $(\alpha = 0)$ est obtenue en exprimant la pulsation $\bar{p} = i\beta$ dans l'expression ci-dessus :

$$\overline{T} = \frac{(28\beta^4 + 6.2\beta^2 - 0.0026) + i(17.3\beta^3 - 0.041\beta)}{(52.4\beta^4 - 0.62\beta^2 + 0.000222) + i(34\beta^5 - 12.4\beta^3 + 0.0107\beta)}$$
$$= \frac{X_1 + iY_1}{X_2 + iY_2}.$$

La détermination de la courbe est facilitée en calculant pour chaque valeur de β les parties réelles et imaginaires de $\overline{T}(\beta)$ soit :

$$\Re(\overline{\tau}) = \frac{X_1 X_2 + Y_1 Y_2}{X_2^2 + Y_2^2}, \qquad \Im(\overline{\tau}) = \frac{X_2 Y_1 - X_1 Y_2}{X_2^2 + Y_2^2}$$
 12)

On remarquera, figure 4.6, que cette courbe comporte deux boucles placées bout à bout, l'une correspondant aux valeurs basses de la pulsation, l'autre aux valeurs élevées. Le comportement du circuit cheminée d'équilibre est caractérisé par le temps 1/R dont la valeur est élevée (215 s) et celui du régulateur par le temps $1/K_0$ qui est faible (1 s), or les systèmes à temps caractéristiques élevés sont sensibles aux pulsations basses et inversement, en conséquence :



Système cheminée d'équilibre stable

Système régulateur stable.

Système global stable.

Fig. 4.6. — Etude de la stabilité d'une installation hydroélectrique.

Courbe de comportement fréquentiel.

— pour les pulsations basses, le comportement de l'installation dépend du système cheminée d'équilibre et la boucle correspondante permet de juger de la stabilité,

— pour les pulsations élevées, le comportement de l'installation dépend du système régulateur de vitesse et la recherche de la stabilité est conditionnée par la position de la boucle relative aux grandes valeurs de β.

En ce qui concerne la figure 4.6, le critère de Nyquist appliqué respectivement aux deux boucles nous montre que les deux systèmes, cheminée et régulateur, sont stables. L'installation l'est évidemment.

On remarquera l'intérêt de cette représentation, qui par les positions respectives de chaque boucle par rapport au point + 1, + i.0 permet de localiser l'origine d'une instabilité, soit dans le système cheminée d'équilibre, soit dans le système régulateur de vitesse.

4.5. Effets des variations des grandeurs indépendantes du jeu du réglage. (En marche isolée.)

Il s'agit dans ce paragraphe d'analyser l'effet des variations de certaines grandeurs, que nous avions maintenues constantes dans l'étude de la stabilité du réglage car elles résultent d'actions extérieures à celui-ci. Leurs variations peuvent être imprévues (écarts de charge du réseau Δw_{0ch} , écarts de chute...), ou volontaires (changement de vitesse $\Delta \omega_c$, changement de tension Δu_c , changement de statisme du régulateur de vitesse, changement du statisme tension-fréquence, du dosage accélérométrique...), les unes et les autres provoquent des mouvements de réglage. Pour simplifier le problème nous ne considérerons que les écarts : $\Delta \omega_c$, Δu_c , Δw_{0ch} .

Un écart $\Delta \omega_c$ entraîne un mouvement de toute la chaîne de réglage en commençant par le vannage et induit un écart de vitesse $\Delta \omega$, qui entraîne à son tour un écart de puissance résistante Δw_r . De la même manière un écart de puissance résistante provenant d'une variation de Δu_c ou de Δw_{0c_h} , provoque un écart de vitesse, qui réagit sur la chaîne de réglage et entraîne un écart de puissance motrice Δw_m .

Pendant la période transitoire les équations caractéristiques du système sont :

$$\overline{\Delta q} = \overline{T}_1, \overline{\Delta h}$$
 13)

$$\overline{\Delta q} = a.\overline{\Delta h} + (1 - 2a)\overline{\Delta \omega} + b.\overline{\Delta x}$$
 14)

$$\overline{\Delta w_m} = A.\overline{\Delta h} + B'.\overline{\Delta \omega} + C.\overline{\Delta x}$$
 15)

$$\overline{\Delta x} = \overline{T_2} \cdot \overline{\Delta \omega} + \overline{T_4} \cdot \Delta \omega_c$$
 16)

$$\overline{\Delta \omega} = \overline{T}_3 \cdot \overline{\Delta x}$$
 17)

$$\overline{\Delta w}_{c} = \overline{T}_{5}.\overline{\Delta \omega} + D.\Delta u_{c} + \Delta w_{0ch}$$
 18)

 \overline{T}_1 , \overline{T}_2 , \overline{T}_3 étant données respectivement par les équations 4, 5 et 8,

$$\overline{T}_4 = -\frac{K_0}{\overline{p} + K_0 \cdot \sigma'}$$
 et $\overline{T}_5 = \tau' \cdot \overline{p} + f + e \cdot D$.

On en tire:

$$\overline{\Delta w}_m = \overline{T}_6 \, \overline{\Delta \omega} + \overline{T}_7 \, \Delta \omega_c \tag{19}$$

avec :

$$\overline{T}_6 = \frac{A}{\overline{T}_1 - a} (1 - 2a + b\overline{T}_2) + B' + C.\overline{T}_2, \quad \overline{T}_7 = \overline{T}_4 \left[\frac{Ab}{\overline{T}_1 - a} + C \right].$$

Lorsque la période transitoire qui succède à une variation brusque de l'une ou de plusieurs des grandeurs indépendantes mentionnées ci-dessus est terminée, l'équilibre :

$$\overline{\Delta w}_{nr} = \overline{\Delta w}_{r} \tag{20}$$

se trouve réalisé. D'autre part, en régime permanent, toutes les grandeurs ont une valeur constante dans le temps, par conséquent les dérivées de ces grandeurs par rapport au temps sont nulles. Pour annuler le terme représentant une dérivation dans les fonctions de transfert il suffit de faire $\bar{p}=0$ dans celles-ci qui perdent leur caractère complexe. En conséquence :

 $T_1 = -\frac{1}{2(K_g + K_c)}$ soit $T_1 = -\infty$ si on néglige les pertes de charge dans la galerie et la conduite.

$$T_2 = T_4 = -\frac{1}{\sigma'}, \quad T_3 = \frac{C}{B}, \quad T_5 = f + eD = B'', \quad T_6 = B' - \frac{C}{\sigma'},$$

$$T_7 = -\frac{C}{\sigma'}.$$

Dans ces conditions 18, 19 et 20 conduisent à :

$$\Delta \omega = \frac{-1}{1 + \sigma' \frac{B}{C}} \Delta \omega_c - \frac{D \cdot \Delta u_c + \Delta w_{0ch}}{B + \frac{C}{\sigma'}}$$
 21)

$$\Delta w = \frac{-B''}{1 + \sigma' \frac{B}{C}} \Delta \omega_c - \frac{B' - \frac{C}{\sigma'}}{B + \frac{C}{\sigma'}} (D \cdot \Delta u_c + \Delta w_{0ch}). \qquad 22)$$

Si le statisme permanent σ' (course servomoteur-vitesse) est nul :

$$\Delta \omega = -\Delta \omega_c$$

$$\Delta w = -B'' \Delta \omega_c + D \cdot \Delta u_c + \Delta w_{0ch}.$$

Si la puissance résistante est indépendante de la fréquence : B''=0, B=-B' et :

$$\Delta w = D \cdot \Delta u_c + \Delta w_{0ch}.$$

4.6. Etude des conditions de stabilité dans le cas de l'installation simplifiée. (En réseau séparé.)

L'installation simplifiée est caractérisée par l'absence de galerie et de cheminée et une conduite sans pertes de charge. La turbine se comporte comme

un orifice et la puissance réceptrice n'est sensible qu'à la fréquence. Le régulateur n'a pas de statisme permanent, inutile dans le fonctionnement en régime isolé.

Cette schématisation est loin de la réalité, mais par les simplifications qu'elle apporte, elle permet d'étudier l'influence de certains facteurs sur la stabilité, influence qu'il est beaucoup plus compliqué de mettre en évidence lorsqu'on prend en compte tous les paramètres qui interviennent dans le phénomène réel.

4.6.1) Détermination de l'équation différentielle du réglage,

Dans les conditions indiquées ci-dessus :

L'ensemble galerie, cheminée, conduite se réduit à la conduite, d'où :

$$\Theta_g = 0$$
, $K_g = K_c = 0$, $R = \infty$.
$$\overline{T}_1 = \frac{\overline{\Delta q}}{\overline{\Delta h}} = -\frac{1}{\Theta_c \cdot \overline{p}}.$$

Le débit de la turbine est indépendant de la vitesse de rotation et la relation 14 devient, avec a = 0.5 et b = 1:

$$\overline{\Delta q} = \frac{\overline{\Delta h}}{2} + \overline{\Delta x}$$

ďoù:

$$\frac{\overline{\Delta h}}{\overline{\Delta x}} = -\frac{\Theta_c \cdot \overline{p}}{1 + \frac{\Theta_c \cdot \overline{p}}{2}}$$
 23)

On reconnaît là l'expression de la surpression dans le cas du coup de bélier en masse.

La fonction de transfert du régulateur est inchangée :

$$\overline{T}_2 = \frac{\overline{\Delta x}}{\overline{\Delta \omega_e}} = -\frac{K_0(1 + n\overline{p})}{\overline{p}} = -\frac{K_0 + K_1 \cdot \overline{p}}{\overline{p}}$$
 24)

et celle du groupe devient, avec C = 1, A = 1.5, b = 1, a = 0.5, B' = 0, B'' = B et

$$\overline{T}_{1} = -\frac{1}{\Theta_{c} \cdot \overline{p}}$$

$$\overline{T}_{3} = \frac{\overline{\Delta \omega}_{i}}{\overline{\Delta x}} = \frac{1 - \Theta_{c} \cdot \overline{p}}{\left(1 + \frac{\Theta_{c} \cdot \overline{p}}{2}\right)(\tau \cdot \overline{p} + B)}.$$
25)

La fonction de transfert globale étant :

$$\overline{T} = \frac{\overline{\Delta\omega_i}}{\overline{\Delta\omega_e}} = \overline{T_2}.\overline{T_3} = \frac{\Theta_c.K_1.\overline{p}^2 + (\Theta_c.K_0 - K_1)\overline{p} - K_0}{\frac{\tau\Theta_c}{2}\overline{p}^3 + (\frac{\Theta_c.B}{2} + \tau)\overline{p}^2 + B\overline{p}}$$
26)

égale à l'unité lorsque le jeu normal du réglage est établi : $\overline{\Delta\omega}_t = \overline{\Delta\omega}_e = \overline{\Delta\omega}$. En revenant à la forme différentielle nous obtenons l'équation du réglage :

$$\frac{d^{3}\Delta\omega}{dt^{3}} + \frac{2}{\tau\Theta_{c}} \left(\frac{\Theta_{c} \cdot B}{2} + \tau - K_{1} \cdot \Theta_{c} \right) \frac{d^{2}\Delta\omega}{dt^{2}} + \frac{2}{\tau\Theta_{c}} (K_{1} + B - K_{0} \cdot \Theta_{c}) \frac{d\Delta\omega}{dt} + \frac{2K_{0}}{\tau\Theta_{c}} = 0$$
27)

ou:

$$\frac{d^3\Delta\omega}{dt^3} + \mathcal{B}\frac{d^2\Delta\omega}{dt^2} + C\frac{d\Delta\omega}{dt} + \mathcal{D} = 0$$
 28)

avec:

$$\mathfrak{B} = \frac{2}{\tau \Theta_c} \left(\frac{\Theta_c \cdot B}{2} + \tau - K_1 \cdot \Theta_c \right) = \frac{2}{\Theta_c} \left[\frac{B^*}{2} + 1 - K_1^* \right]$$
 29)

$$C = \frac{2}{\tau \Theta_c} (K_1 + B - K_0 \cdot \Theta_c) = \frac{2}{\Theta_c^2} [B^* + K_1^* - K_0^*]$$
 30)

$$\mathfrak{D} = \frac{2K_0}{\tau\Theta_c} = \frac{2}{\Theta_c^3} K_0^*$$
 31)

en posant:

$$K_0^* = \frac{K_0 \Theta_c^2}{\tau}, \qquad K_1^* = \frac{K_1 \Theta_c}{\tau}, \qquad B^* = \frac{B\Theta_c}{\tau}$$

4.6.2) Critère de stabilité d'Hurwitz.

La solution de l'équation 28 est :

$$\Delta \omega = r_1 e^{x_1 t} + r_2 e^{x_2 t} + r_3 e^{x_3 t}$$

 x_1, x_2, x_3 , étant les racines de l'équation :

$$x^3 + \Re x^2 + \Im x + \Im = 0.$$
 32)

Pour que le réglage soit stable, il faut que $\Delta\omega$ se trouve constitué par une somme d'exponentielles ou de sinusoïdes amorties. Il faut donc que toutes les parties réelles, de toutes les racines de l'équation 32 soient négatives. Pour cela les coefficients de cette équation 32 doivent satisfaire aux conditions d'Hurwitz, soit :

- tous les coefficients positifs : \mathfrak{B} , \mathfrak{C} , $\mathfrak{D} > 0$,
- le déterminant d'Hurwitz et tous ses mineurs également positifs (1),

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & \mathfrak{D} & 0 \\ 1 & \mathfrak{C} & 0 \\ 0 & \mathfrak{B} & \mathfrak{D} \end{vmatrix} > 0 \qquad \text{soit} \quad \mathfrak{BC} - \mathfrak{D} > 0.$$

Avec les valeurs trouvées plus haut, ces conditions s'écrivent :

$$K_1^* < 1 + \frac{B^*}{2}$$
 33) $K_0^* < B^* + K_1^*$ 34)

la condition : $\mathfrak{BC} - \mathfrak{D} > 0$ conduit à la courbe-limite :

$$K_0^* = (K_1^* + B^*) \frac{1 - K_1^* + \frac{B^*}{2}}{\frac{3}{2} - K_1^* + \frac{B^*}{2}}$$
 35)

Cette courbe est tracée dans les coordonnées K_0^* , K_1^* sur la figure 4.7. Il est aisé de constater que la zone de stabilité est représentée par l'espace compris entre la courbe et l'axe K_1^* .

Remarque. — En l'absence d'autoréglage du réseau : B=0 et la courbelimite de stabilité devient :

$$K_0^* = \frac{2K_1^*(1 - K_1)^*}{3 - 2K_1^*}$$
 36)

avec :

$$K_1^* < 1$$
 et $K_0^* < K_1^*$.

Les conditions sont évidemment moins favorables que les précédentes.

(1) Formation du déterminant d'Hurwitz. Soit l'équation :

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \cdots + a_n = 0$$
.

$$\Delta n = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & - & - & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & - & - & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & - & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & - & 0 \\ 0 & 0 & 0 & - & - & - & a_n \end{bmatrix}$$
 En diagonale les coe Sur les lignes, altern pairs avec décalage des deux lignes.

En diagonale les coefficients successifs sauf le premier. Sur les lignes, alternativement, coefficients impairs et pairs avec décalage d'une colonne vers la droite toutes les deux lignes.

On conçoit que la méthode devienne pénible lorsque les paramètres de réglage sont en nombre élevé, c'est-à-dire que le déterminant dépasse le troisième ou le quatrième ordre.

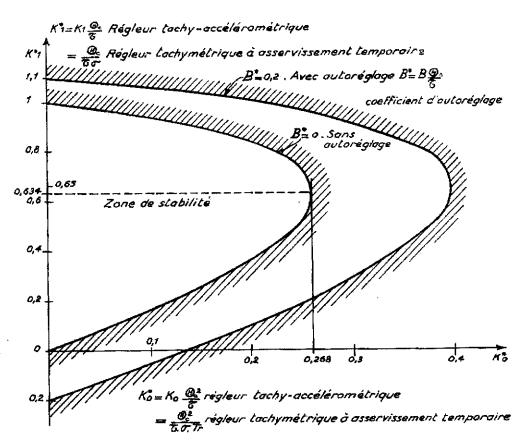


Fig. 4.7. — Limites de stabilité dans l'hypothèse du mouvement en masse.

4.6.3) Cas du coup de bélier d'ondes.

La fonction de transfert du mécanisme, équation 26, s'écrit en posant $p = i\beta$ et en considérant le cas où B = 0, c'est-à-dire le plus défavorable au point de vue stabilité :

$$\overline{T} = \frac{K_0 + K_1 \Theta_c \beta^2 - (K_0 \Theta_c - K_1) i\beta}{\tau \beta^2 + \tau \frac{\Theta_c}{2} i\beta^3}$$
37)

nombre complexe dont le module est :

$$|T| = \frac{\sqrt{(1 + \Theta_c^2 \beta^2)(K_0^2 + K_1^2 \beta^2)}}{\tau \beta^2 \sqrt{1 + \frac{\Theta_c^2 \beta^2}{4}}}$$
 38)

et l'argument :

$$\theta = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{(K_1 - K_0 \Theta_c) \beta}{K_0 + K_1 \Theta_c \beta^2} - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\Theta_c \beta}{2}.$$
 39)

Or, dans l'hypothèse du coup de bélier en masse; $-\frac{2}{\Theta_c \, \beta} = tg \, \phi$, ϕ étant le déphasage de l'oscillation de pression par rapport à l'oscillation de vannage qui lui a donné naissance. Dans le cas du coup de bélier d'ondes ce déphasage a pour valeur : $tg \, \phi = -\frac{1}{\rho_0} \cot g \frac{\beta \mu}{2}$ (Voir § 3.3.2). Substituons $\rho_0 \, tg \, \frac{\beta \mu}{2} \, a \, \frac{\Theta_c \, \beta}{2}$ dans les expressions 38 et 39. En posant pour simplifier $\frac{\beta \mu}{2} = \delta$ on obtient :

$$|T| = \frac{\sqrt{(K_0^2 + K_1^2 \beta^2)(1 + 4\rho_0^2 \lg^2 \delta)}}{\tau \beta^2 \sqrt{1 + \rho_0^2 \lg^2 \delta}}$$
 40)

$$\theta = \arctan \operatorname{tg} \frac{K_1 \beta - 2K_0 \rho_0 \operatorname{tg} \delta}{K_0 + 2K_1 \beta \rho_0 \operatorname{tg} \delta} - \operatorname{arc} \operatorname{tg}(\rho_0 \operatorname{tg} \delta).$$
 41)

A la limite de stabilité | T | = 1 et θ = 0. La condition θ = 0 conduit à :

$$2K_1 \beta \rho_0^2 \lg^2 \delta + 3K_0 \cdot \rho_0 \cdot \lg \delta - K_1 \beta = 0$$

ou en introduisant:

$$K_1^* = K_1 \frac{\Theta_c}{\tau} = \frac{K_1 \, \mu \rho_0}{\tau} \qquad K_0^* = \frac{K_0 \cdot \Theta_c^2}{\tau} = \frac{K_0 \, \mu^2 \, \rho_0^2}{\tau} \, \text{car } \Theta_c = \mu \, \rho_0 \, .$$

$$\frac{K_1^*}{K_0^*} = \frac{3}{4} \, \frac{\frac{\text{tg } \delta}{\delta}}{\frac{1}{2} - \rho_0^2 \, \text{tg}^2 \, \delta} \qquad 42)$$

et |T| = 1 se traduit par :

$$\frac{1}{4\rho_0^2 \delta^2} \left(\frac{K_0^{*2}}{4\rho_0^2 \delta^2} + K_1^{*2} \right) = \frac{1 + \rho_0^2 \operatorname{tg}^2 \delta}{1 + 4\rho_0^2 \operatorname{tg}^2 \delta}$$

soit:

$$K_0^{*2} = \frac{4\rho_0^2 \,\delta^2 \, \frac{1 + \rho_0^2 \, \mathrm{tg}^2 \,\delta}{1 + 4\rho_0^2 \, \mathrm{tg}^2 \,\delta}}{\frac{1}{4\rho_0^2 \,\delta^2} + \left(\frac{K_1^*}{K_0^*}\right)^2}.$$

En prenant ρ₀ comme paramètre et δ comme variable auxiliaire il est facile

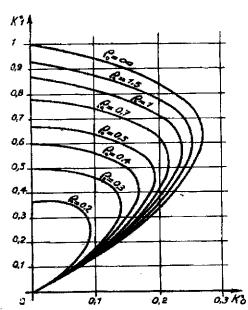


Fig. 4.8. — Limites de stabilité dans le cas du coup de bélier d'ondes (sans autoréglage).

de tracer les courbes limites de stabilité $K_1^* = f(K_0^*)$ qui, pour $p_0 = \infty$ se raccordent avec la limite de stabilité définie dans le cas du mouvement en masse. On constate que les conditions de stabilité sont d'autant plus sévères que le paramètre d'Allievi est réduit (Fig. 4.8).

4.6.4) Optimum de réglage.

Les courbes des figures 4.7 et 4.8 donnent les limites de K_0^* et de K_1^* au-delà desquelles le réglage devient instable, mais ne renseignent en rien sur les valeurs optimales à donner à K_0^* et K_1^* .

Divers critères de qualité du réglage ont été envisagés et le lecteur pourra trouver, particulièrement sous les noms de MM. Daniel, Meyer, Schiott, Ransford... l'indication de travaux où ce sujet se trouve développé.

Il semble que le critère le plus recommandable consiste à minimiser l'intégrale :

$$I = \int_0^\infty \Delta \omega^2 dt.$$

Pour ne pas entrer dans une étude qui sortirait du cadre de cet ouvrage nous allons simplement voir l'application de ce critère à l'installation simplifiée, dans le cas du mouvement en masse et coefficient d'autoréglage nul (B=0). Pour plus de détails nous renvoyons le lecteur intéressé aux articles de MM. Ransford et Arnaud indiqués en bibliographie.

Dans l'équation 28, mettons le temps sous forme de variable réduite en

posant : $\theta = \frac{t}{\Theta_{\lambda}}$

$$\frac{d^3\Delta\omega}{d\theta^3} \frac{1}{\Theta_c^3} + \frac{\mathcal{B}}{\Theta_c^2} \frac{d^2\Delta\omega}{d\theta^3} + \frac{C}{\Theta_c} \frac{d\Delta\omega}{d\theta} + \mathcal{D}\Delta\omega = 0$$
 44)

et posons également :

$$\mathfrak{B}' = \mathfrak{B}\Theta_c = 2(1 - K_1^*) \tag{45}$$

$$C' = C\Theta_0^2 = 2(K_1^* - K_0^*)$$
 46)

$$\mathfrak{D}' = \mathfrak{D}\Theta_c^3 = 2K_0^*. \tag{47}$$

L'équation 44 devient :

$$\frac{d^3\Delta\omega}{d\theta^3} + \mathcal{B}'\frac{d^2\Delta\omega}{d\theta^2} + C'\frac{d\Delta\omega}{d\theta} + \mathcal{D}'\Delta\omega = 0.$$
 48)

On montre que l'intégrale :

$$\frac{I}{\Theta_c} = \int_0^\infty \Delta \omega^2 . d\theta$$

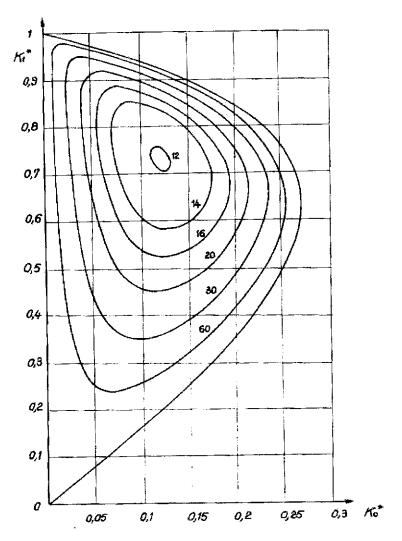


Fig. 4.9. — Optimum du réglage. Courbes $\frac{I\tau^2}{\theta_c \cdot \Delta w^2} = cte$.

peut être calculée à partir des coefficients de l'équation 48 sans qu'on soit obligé d'expliciter la solution de cette équation. Elle a pour valeur:

$$\frac{I}{\Theta_c} = \frac{4\mathfrak{B}' + \mathfrak{D}'}{2\mathfrak{D}'(\mathfrak{B}' \,\mathfrak{C}' - \mathfrak{D}')} \left(\frac{\Delta w}{\tau}\right)^2 \tag{49}$$

Aw représentant la variation relative de charge qui provoque le mouvement de réglage. On remarquera que les conditions d'Hurwitz peuvent se déduire du dénominateur.

En remplaçant \mathcal{B}' , \mathcal{C}' , \mathcal{D}' , par leurs valeurs exprimées par les relations 45, 46, 47, on obtient :

$$\frac{I\tau^2}{\Theta_c \cdot \Delta w^2} = \frac{4 - 4K_1^* + K_0^*}{2K_0^*[4K_1^* - 6K_0^* - 4K_1^{*2} + 4K_1^*.K_0^*]}.$$
 50)

A chaque valeur (positive) de $\frac{I\tau^2}{\Theta_c \cdot \Delta w^2}$ correspond une courbe $K_1^*(K_0^*)$ courbe de plus en plus réduite à mesure que cette valeur diminue (Fig. 4.9). Le sommet de la colline précise les valeurs de K_0^* et de K_1^* correspondant à l'optimum du réglage.

4.7. Notions sur la marche en parallèle des groupes turbinesalternateurs.

4.7.1) Les mécanismes de réglage secondaire.

Le régulateur que nous avons envisagé jusqu'ici est essentiellement constitué d'un détecteur des variations du paramètre à régler et d'un élément stabilisateur (dash-pot ou accéléromètre) dont il transforme les indications en ordres de manœuvre. Mais un tel appareil muni seulement de ces organes dits de « réglage primaire » n'est pas utilisable, particulièrement si le groupe doit fonctionner en parallèle avec d'autres sur un même réseau. Il faut lui adjoindre

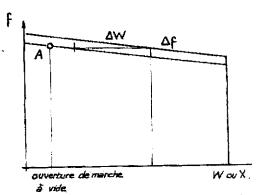


Fig. 4.10. — Réglage charge vitesse. Le déplacement de la caractéristique de statisme donne, en réseau isolé un écart de fréquence Δf à puissance constante et en marche en parallèle un écart de puissance ΔW à fréquence constante

un certain nombre de mécanismes dits de « réglage secondaire » dont nous allons voir l'utilité.

4.7.1.1) Réglage charge-vitesse.

La liaison tachymètre vannage donne une caractéristique de réglage représentée par une droite inclinée ou non (Fig. 4.10). Cette droite représente la variation du vannage, ou de la puissance qui lui est proportionnelle, en fonction de la vitesse de rotation ou de la fréquence. La marche à vide correspond par exemple au point A et, lorsqu'on fait prendre une charge à l'alternateur, le point figuratif se déplace sur la droite, à chaque charge correspondant une certaine vitesse. Tant qu'il n'y aura pas à coupler le groupe sur un réseau on pourra se servir de ce régulateur, mais dès qu'on voudra le faire, on pourra constater qu'il n'y a aucune raison pour que la fréquence correspondant au point A soit justement celle du réseau.

Il faut donc pouvoir déplacer cette caractéristique de statisme, ce que l'on fait par un mécanisme dit de « changement de vitesse » agissant, soit sur le ressort antagoniste du tachymètre, soit sur le point (a) d'articulation du levier flottant ou encore sur la longueur de la tige d'asservissement (Fig. 4.11). Lors de la marche en réseau séparé ce dispositif permet de faire varier la fréquence pour une charge donnée. Dans la marche en parallèle il permet d'augmenter ou de réduire la charge du groupe à fréquence constante.

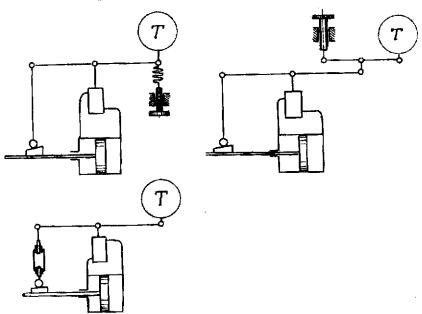


Fig. 4.11. — Mécanismes de changement de vitesse (Les mécanismes d'asservissement temporaire et de statisme n'ont pas été représentés, mais ils n'en existent pas moins).

4.7.1.2.) Limiteur d'ouverture.

Ce dispositif empêche l'ouverture du vannage de dépasser une valeur déterminée en s'opposant, le cas échéant, aux ordres du tachymètre.

Le dispositif peut, par exemple, être réalisé en interposant entre le levier flottant abc et le tiroir une liaison extensible (Fig. 4.12.a). Un second levier flottant a'b'c', (b') lié au vannage, (a') commandé par le réglage du limiteur, peut par son extrémité (c'), arrêter le mouvement d'ouverture du tiroir lorsque le vannage a atteint la valeur limite. Le fonctionnement du limiteur apparaît

sur la caractéristique de statisme de la figure $4.12.b: x_0$ est l'ouverture maximale tolérée, lorsqu'elle est atteinte le doigt (c') est au contact du tiroir en position d'équilibre, si la fréquence continue à baisser le point (c) s'élève, le ressort de liaison se tend car le tiroir reste en place et le vannage ne peut s'ouvrir davantage.

D'après ce que nous venons de voir il peut arriver que, la fréquence étant très basse ou la caractéristique de statisme très haute, le ressort de liaison soit très tendu, si à ce moment il y a chute importante de la charge, la vitesse augmente mais le régulateur ne commence à agir que lorsque le ressort de liaison s'est détendu c'est-à-dire lorsque la fréquence a atteint la valeur f_0 . Ce retard apporté au déclenchement de la fermeture peut avoir l'inconvénient d'augmenter sensiblement la survitesse, aussi est-il nécessaire de compléter la liaison élas-

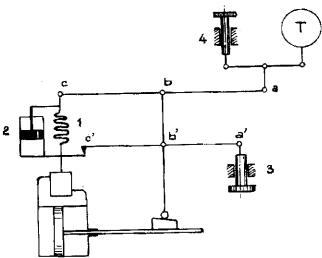


Fig. 4.12. a. — Limiteur d'ouverture.

1 : Ressort, 2 : Dash-pot, 3 : Réglage du limiteur, 4 : Réglage de vitesse. L'asservissement temporaire et le statisme n'ont pas été représentés.

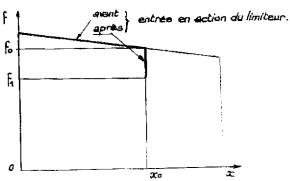


Fig. 4.12. b. - Fonctionnement du limiteur d'ouverture.

tique par un dash-pot de manière que, au cours d'une augmentation rapide de vitesse, elle se comporte comme si elle était rigide ce qui permet au régulateur d'agir dès le début de la perturbation.

Le limiteur d'ouverture peut être réglé, soit à la main, soit à distance par un moteur. Souvent sa position est asservie à celle d'un niveau, par exemple si la chute peut varier fortement il faut éviter que sous les valeurs les plus hautes la puissance maximale de l'alternateur ne se trouve dépassée, ou encore pour empêcher le niveau amont de s'abaisser sous l'effet d'un excès de débit.

4.7.1.3) Statisme permanent.

Nous avons vu la nécessité de faire disparaître l'asservissement (ou statisme) nécessaire à la stabilisation du réglage tachymétrique une fois qu'il a rempli son rôle en raison des valeurs très élevées (de 20 à 40 %) que l'on est obligé de lui donner. Nous verrons que la marche en parallèle exige un statisme non nul mais de faible amplitude (max. 6 %). Il est donc nécessaire de prévoir un dispositif permettant d'obtenir cette relation charge-fréquence, permanente, et d'amplitude réglable, dispositif indépendant du mécanisme d'asservissement du réglage tachymétrique. On l'obtient aisément au moyen d'une came appropriée permettant de déplacer la position d'équilibre du point (c) de la figure 1.21, ou agissant directement sur le ressort de rappel du tachymètre dans le système tachyaccélérométrique qui, rappelons-le, se trouve dépourvu de liaison d'asservissement, la stabilisation étant obtenue par l'accéléromètre.

4.7.2) Les problèmes de la marche en parallèle.

4.7.2.1) Généralités.

Les vitesses de rotation des différents groupes couplés sur un même réseau sont liées rigidement par une liaison de nature électrique et tout se passe comme si toutes les turbines entraînaient par un même arbre les divers utilisateurs. Il n'y a qu'une fréquence à régler et, pour le faire, on dispose d'un grand nombre de paramètres, les ouvertures des turbines. Lors d'une variation de charge, le nouvel état d'équilibre pourra être réalisé par une infinité de combinaisons des ouvertures des vannages. Si des conditions supplémentaires, plus ou moins arbitraires, ne sont pas données au réglage, il y aura indétermination dans la répartition des charges entre les divers groupes.

Ces conditions peuvent être très diverses, on peut désirer par exemple :

- une répartition proportionnelle de la charge entre tous les groupes,
- une répartition inégale, mettant en priorité en service les installations dont le fonctionnement est le plus économique (usines au fil de l'eau),
- une répartition préétablie d'après l'heure, un programme est fait pour chaque centrale, la puissance totale prévue à un instant donné étant égale à la puissance demandée. Comme cette dernière n'est connue qu'approximativement un ajustement est nécessaire,

- une répartition déterminée des puissances de transit sur les diverses lignes.

Le régulateur primaire qui n'est sensible qu'à la fréquence du réseau ne peut satisfaire ces conditions, c'est le réglage secondaire qui va s'en charger.

4.7.2.2) Répartition des charges par les statismes.

A condition de ne pas imposer aux régulateurs un réglage rigoureusement astatique on peut, en donnant à chacun d'eux un certain statisme, répartir la charge entre les groupes d'une manière absolument déterminée.

Considérons par exemple deux groupes avec leurs caractéristiques de statisme, figure 4.13, et traçons sur la même figure la courbe donnant pour chaque fréquence la somme des puissances des deux turbines, celle-ci indique pour chaque valeur de la charge du réseau la fréquence correspondante. L'horizontale tracée à la valeur de cette fréquence coupe les deux courbes de statisme aux puissances W_1 et W_2 , ce qui définit la répartition des charges entre les deux groupes.

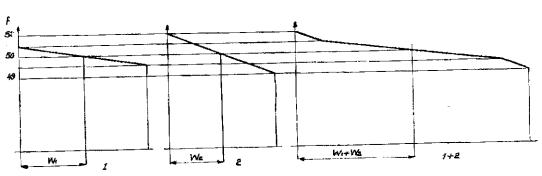


Fig. 4.13. — Répartition des charges par les statismes.

Pour une charge du réseau donnée, c'est-à-dire pour une fréquence déterminée, un groupe peut être tel :

- que sa caractéristique soit tout entière au-dessous de l'horizontale de la fréquence du réseau. La turbine tourne à vide, l'alternateur étant seulement couplé, le groupe ne peut participer à une variation de charge,
- que sa caractéristique soit tout entière au-dessus de l'horizontale de la fréquence du réseau. La turbine est à pleine ouverture donnant sa charge maximale, le groupe ne peut participer à une variation de charge. Le cas est le même si l'ouverture au lieu d'être complète se trouve arrêtée par le limiteur d'ouverture,
- que sa caractéristique coupe l'horizontale de la fréquence. La machine participe au réglage. On constate facilement qu'une variation de charge donnée se répartit entre les turbines qui participent au réglage proportionnellement à

leurs puissances de pleine charge et en raison inverse de leurs statismes. En conséquence, si on veut que toutes les machines se répartissent les variations de charge au prorata de leurs puissances, il suffira de leur donner le même statisme. Si on veut que certaines participent plus que d'autres, on leur donnera un statisme moins important.

Le système de réglage de vitesse sera manœuvré au moment du couplage pour donner la répartition des charges désirée, après avoir réglé le statisme pour que le groupe prenne sa part des variations de charge dans les proportions prévues.

Remarque. — Pour des groupes pourvus de régulateurs avec stabilisation par asservissement temporaire la répartition des charges au début d'une perturbation tend à correspondre aux statismes temporaires, c'est-à-dire que chaque groupe tend à prendre une part de charge d'autant plus grande que la rapidité de réponse de son régulateur est élevée. La répartition se fait ensuite progressivement suivant les statismes permanents.

4.7.2.3) Cas où une machine est à statisme nul. Réglage secondaire par chef d'orchestre.

Considérons la figure 4.14 où l'une des machines est à statisme nul. On constate que la fréquence reste constante tant que les variations de charge sont absorbées par celle-ci. Lorsque la charge augmente ou diminue trop la machine à statisme nul arrive à pleine ouverture ou à la fermeture et les autres participent alors au réglage, mais avec statisme. On dit que le groupe à statisme nul joue le rôle de « chef d'orchestre » et, dans les limites des variations de puissance qu'il peut absorber, la fréquence est parfaitement réglée.

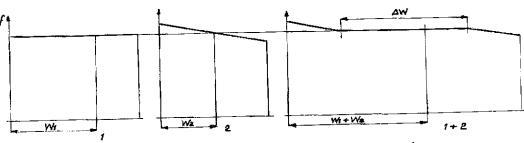


Fig. 4.14. — Cas où l'un des groupes (1) est à statisme nul.

D'une manière générale un grand réseau est constitué par un certain nombre de réseaux régionaux, 1, 2, 3, figure 4.15, possédant chacun leur centre de production d'énergie (P) et leur centre de consommation (C). Ces réseaux sont interconnectés par une ligne commune d'échange de puissance à une fréquence unique. Les puissances d'échange lues aux wattmètres W suivent habituellement un programme convenu à l'avance et chaque réseau doit, autant que possible, subvenir à tout déséquilibre qui pourrait se produire chez ses propres utilisateurs.

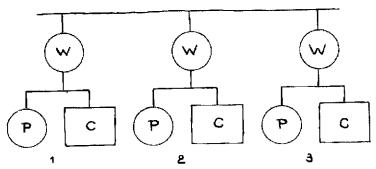


Fig. 4.15. — Représentation schématique de trois réseaux interconnectés.

Supposons que les groupes chefs d'orchestre appartiennent au réseau 1. Si la charge varie chez les utilisateurs du chef d'orchestre celui-ci prend toute la variation en maintenant la fréquence constante et la puissance d'échange ne varie pas. Au contraire, si la charge varie dans un autre réseau, le réseau chef d'orchestre va d'abord prendre toute la variation, entraînant une modification de la puissance d'échange qu'il faudra rétablir à sa valeur initiale en manœuvrant les dipositifs de réglage secondaire des machines du réseau intéressé. La centrale chef d'orchestre ne prend donc que temporairement les variations de charge lorsqu'elles ont lieu sur les autres réseaux et il suffit de donner comme consigne, aux réglages secondaires des réseaux non chef d'orchestre, de ramener à une valeur constante toutes les puissances d'échange sur les lignes d'interconnexion pour arriver à ce résultat.

On pourrait penser que les régulateurs du réseau chef d'orchestre peuvent se passer de mécanismes de réglage secondaire, mais comme un seul groupe ne peut absorber, même provisoirement, les écarts de charge, il n'en est rien et il faut répartir ce rôle sur plusieurs groupes auxquels on est obligé de donner un certain statisme que l'on compense par une action convenable des réglages secondaires pour ramener la fréquence à sa valeur de consigne.

Ce réglage beaucoup utilisé autrefois présente un certain nombre d'inconvénients qui l'ont fait progressivement abandonner. L'un de ces inconvénients, et non des moindres, étant la production d'oscillations entretenues des mouvements de réglage secondaire des réseaux, lorsque le chef d'orchestre n'est pas à statisme nul.

4.7.2.4) Réglage mixte fréquence puissance.

Dans ce procédé, proposé par M. Darrieus, chaque réseau règle de manière à maintenir constante la quantité :

$$E_n + K_n \cdot f = E_{0n} + K_n \cdot f_0 = \text{cte}$$

où n est l'indice du réseau, E, la puissance d'échange (au wattmètre W de la figure 4.15) E_0 , sa valeur nominale, soit :

$$E_n - E_{0_n} + K_n(f - f_0) = 0$$
, a)

ou:

$$\Delta E_n + K_n \cdot \Delta f = 0.$$

Pour tous les réseaux interconnectés :

$$\sum \Delta E_n + \Delta f \cdot \sum K_n = 0.$$

La somme $\sum \Delta E_n$ des puissances échangées par tous les réseaux interconnectés est évidemment nulle, donc $\Delta f = 0$.

La réalisation de la relation a pour chaque réseau conduit à maintenir la fréquence invariable et par voie de conséquence la puissance d'échange.

Détermination de K_n.

Imaginons une variation de charge sur un autre réseau que le réseau n, la fréquence varie de Δf , fonction du statisme global. La puissance fournie par le réseau n varie de :

$$\Delta W_n = -\frac{1}{\sigma_n} \frac{\Delta f}{f_0} W_{0_n}$$

on étant le statisme du réseau considéré.

La puissance consommée par les utilisateurs du réseau n n'ayant pas changé, la variation de puissance de celui-ci a été échangée, en conséquence :

$$\Delta W_n = \Delta E_n$$

soit:

$$\Delta E_n + \frac{1}{\sigma_n} \frac{\Delta f}{f_0} \cdot W_{0n} = 0$$

si on fait:

$$K_n = \frac{1}{\sigma_n} \, \frac{W_{0_n}}{f_0}$$

toute variation de charge sur un réseau extérieur au réseau considéré ne provoque pas l'intervention des réglages secondaires de celui-ci. Il n'en est évidemment pas de même sur le réseau siège de la perturbation pour lequel $\Delta E + \Delta W$.

La figure 4.16 montre schématiquement la réalisation de ce mode de réglage.

- 4.7.3) Stabilité du réglage dans le cas de la marche en parallèle.
- 4.7.3.1) Equations du réglage.

Supposons z groupes fonctionnant en parallèle sur le même réseau. Nous avons admis la liaison rigide des vitesses de rotation, en conséquence l'écart $\Delta \omega$ est commun à tous les groupes.

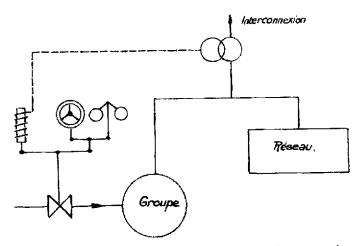


Fig. 4.16. — Réglage mixte fréquence-puissance d'interconnexion.

L'équation des masses tournantes du groupe d'ordre n est :

$$\tau_n \cdot \frac{\mathrm{d}\Delta\omega}{\mathrm{d}t} = w_{m_n} - w_{e_n}$$
 51)

avec :

$$w_{m_n} = \frac{W_{m_n}}{W_{0_n}}$$
 $w_{r_n} = \frac{W_{r_n}}{W_{0_n}}$

 W_{0_n} étant la puissance nominale du groupe n. Posons $W_{0_n} = \varepsilon_n W_0$, W_0 puissance totale du réseau en régime permanent. Nous écrirons successivement :

$$\varepsilon_{a} \cdot \tau_{a} \frac{d\Delta\omega}{dt} = \frac{W_{m_{a}} - W_{r_{a}}}{W_{0}}$$

$$\varepsilon_{n} \cdot \tau_{n} \frac{d\Delta\omega}{dt} = \frac{W_{m_{n}} - W_{r_{n}}}{W_{0}}$$

$$\varepsilon_{z} \cdot \tau_{z} \frac{d\Delta\omega}{dt} = \frac{W_{m_{z}} - W_{r_{z}}}{W_{0}}$$

$$\sum_{n=a}^{n=z} \varepsilon_{n} \cdot \tau_{n} \frac{d\Delta\omega}{dt} = \left[\sum_{n=a}^{n=z} W_{m_{n}} - \sum_{n=a}^{n=z} W_{r_{n}}\right] \frac{1}{W_{0}} = \sum_{n=a}^{n=z} \varepsilon_{n} \cdot \Delta w_{m_{n}} - \Delta w_{r}.$$
52)

L'expression de l'écart de couple résistant relatif Δw_r est :

$$\Delta w_r = \tau' \frac{\mathrm{d}\Delta\omega}{\mathrm{d}t} + B'' \Delta\omega + \Delta w_{0ch}$$

dans laquelle τ' caractérise l'inertie des machines du réseau et B'' l'autoréglage, compte tenu d'une valeur moyenne du statisme tension-fréquence de tous les groupes. L'équation 52 devient :

$$\left[\tau' + \sum_{n=a}^{n=z} \varepsilon_n \cdot \tau_n\right] \frac{\mathrm{d}\Delta\omega}{\mathrm{d}t} = \sum_{n=a}^{n=z} \varepsilon_n \cdot \Delta w_{m_n} - B'' \Delta\omega - \Delta w_{0ch}$$

ou, en posant:

$$G = \tau' + \sum_{n=a}^{n=z} \varepsilon_n \cdot \tau_n$$

temps caractéristique global des machines de l'installation et en mettant l'expression sous forme opérationnelle :

$$(G\bar{p} + B'') \, \overline{\Delta \omega} = \sum_{n=a}^{n=x} \varepsilon_n \cdot \overline{\Delta w}_{m_n} - \Delta w_{0ch} \,. \tag{53}$$

L'équation des masses tournantes mise à part, toutes les autres équations subsistent sans changement pour chaque groupe considéré individuellement.

Remarque. — Si tous les groupes sont identiques, y compris galerie et cheminée d'équilibre: $\sum_{n=4}^{n=2} \varepsilon_n = 1$, $G = \tau + \tau'$, l'équation 53 redevient l'équation des masses tournantes relative à un seul groupe. C'est ce que nous avions admis dans l'exemple numérique du paragraphe 4.4.1.

4.7.3.2) Schéma fonctionnel et fonction de transfert globale.

Le schéma fonctionnel représentant l'ensemble des installations couplées en parallèle est représenté par la figure 4.17. Les fonctions de transfert de chaque élément sont :

$$\overline{T}_n = \frac{\overline{\Delta w}_{m_n}}{\overline{\Delta \omega}_e}$$

et la fonction de transfert globale s'écrit :

$$\overline{T} = \frac{\overline{\Delta \omega_i}}{\overline{\Delta \omega_e}} = \frac{\sum_{n=a}^{n=z} \varepsilon_n, \overline{T_n}}{\overline{Gp} + B''}.$$
 54)

Calcul de : \overline{T}_n .

Les équations caractéristiques des éléments de l'installation n sont :

$$\begin{split} \overline{\Delta x}_{n} &= \overline{T}_{2_{n}} \ \overline{\Delta \omega}_{e} \\ \overline{\Delta \omega}_{i} &= \overline{T}_{3_{n}} \ \overline{\Delta x}_{n} \\ \overline{\Delta q}_{n} &= \overline{T}_{1_{n}} \ \overline{\Delta h}_{n} = a_{n} \ \overline{\Delta h}_{n} + (1 - 2a_{n}) \ \overline{\Delta \omega}_{i} + b_{n} \ \overline{\Delta x}_{n} \\ \overline{\Delta w}_{m_{n}} &= A_{n} \ \overline{\Delta h}_{n} + B'_{n} \ \overline{\Delta \omega}_{i} + C_{n} \ \overline{\Delta x}_{n} \, . \end{split}$$

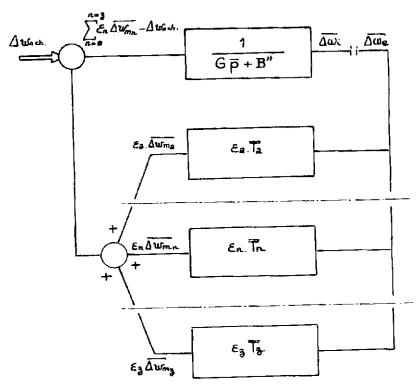


Fig. 4.17. — Schema fonctionnel d'installations hydroélectriques fonctionnant en parallèle.

On en tire en éliminant : $\overline{\Delta h}_n$, $\overline{\Delta x}_n$, $\overline{\Delta q}_n$ et $\overline{\Delta \omega}_i$

$$\overline{\Delta w}_{m_n} = \overline{T}_{2_n} \overline{T}_{3_n} \left[\frac{A_n}{\overline{T}_{1_n} - a_n} \left(1 - 2a_n + \frac{b_n}{\overline{T}_{3_n}} \right) + B'_n + \frac{C_n}{\overline{T}_{3_n}} \right] \overline{\Delta \omega}_e$$
 55)

 \overline{T}_{1_n} , \overline{T}_{2_n} , \overline{T}_{3_n} étant données par les relations 4, 5 et 8. En remplaçant \overline{T}_{3_n} par sa valeur exprimée par la relation 8 dans la quantité entre crochets il vient :

$$\frac{\overline{\Delta w}_{m_n}}{\overline{\Delta \omega}_e} = \overline{T}_n = \overline{T}_{2_n} \cdot \overline{T}_{3_n} (\tau_n \cdot \overline{p} + B_n'') .$$
 56)

On remarquera que, si toutes les installations sont identiques, la fonction de transfert globale devient:

$$\overline{T} = \overline{T}_2 \cdot \overline{T}_3$$

qui est l'expression obtenue pour le groupe fonctionnant en réseau séparé. L'étude de la stabilité sera conduite en appliquant le critère de Nyquist à la fonction de transfert définie par l'équation 54. Il faut évidemment connaître les paramètres relatifs à chaque groupe. Les calculs peuvent être plus longs mais le principe de la méthode demeure.

Nous allons voir un cas où les calculs sont susceptibles d'être considéra-

blement réduits, celui où la perturbation affecte un seul groupe.

4.7.3.3) Problème particulier. Perturbation affectant un seul groupe.

Supposons une perturbation affectant par exemple le groupe a, les autres groupes participent au réglage à cause de la modification de fréquence entraînée. Mais cette variation de $\Delta \omega$ est de faible amplitude et s'effectue lentement. La réponse des puissances motrices des groupes, à l'exception du premier, peut donc être considérée comme instantanée, les fonctions de transfert \overline{T}_b à \overline{T}_z perdent ainsi leur caractère complexe.

Nous aurons donc:

pour le groupe $a: \overline{\Delta w}_{m_a} = \overline{T_a}.\overline{\Delta \omega}$

pour chacun des autres : $\Delta w_{m_n} = T_n \overline{\Delta \omega}$ avec : $T_n = -\frac{B_n'' C_n}{\sigma_n' B_n}$.

L'équation 53 devient :

$$(\overrightarrow{Gp} + B'') \overline{\Delta \omega} = \varepsilon_a \cdot \overline{T_a} \overline{\Delta \omega} + \sum_{n=b}^{n=z} \varepsilon_n T_n \overline{\Delta \omega} - \Delta w_{0ch}$$

ou:

$$\frac{1}{\varepsilon_a} \left[G \overline{p} + B'' - \sum_{n=b}^{n=z} \varepsilon_n T_n \right] \overline{\Delta \omega} = \overline{T_a} \cdot \overline{\Delta \omega} - \frac{\Delta w_{0ch}}{\varepsilon_a}$$
 57)

que nous pouvons rapprocher de l'équation caractérisant le fonctionnement du groupe a en réseau séparé :

$$(\tau_a \overline{p} + B_a'') \overline{\Delta \omega} = \overline{T_a} \overline{\Delta \omega} - \Delta w_{0ch}$$

Ce qui permet de constater que tout se passe comme si le groupe a fonctionnait seul à condition de remplacer :

$$\tau_a$$
 par $\frac{G}{\varepsilon_a}$ et B_a'' par $\left(B'' - \sum_{n=b}^{n=z} \varepsilon_n \cdot T_n\right) \frac{1}{\varepsilon_a}$.

La quantité
$$\frac{1}{\varepsilon_a} \left[G \overline{p} + B'' - \sum_{n=b}^{n=z} \varepsilon_n . T_n \right]$$
 est très supérieure à $(\tau_a \overline{p} + B''_a)$

et nous savons que l'augmentation du temps caractéristique de l'inertie mécanique est favorable à la stabilité. Nous retrouvons ce fait bien connu, qu'une installation hydroélectrique est plus stable lorsqu'elle est couplée sur un réseau important que lorsqu'elle fonctionne en marche isolée.

4.7.3.4) Stabilité du circuit chambre d'équilibre.

Nous avons vu au paragraphe 4.4.3 que, dans l'étude de la stabilité de l'installation, on pouvait séparer l'élément cheminée d'équilibre sensible aux basses fréquences d'excitation de l'élément régulateur sensible aux fréquences élevées.

Si on se borne à la recherche du comportement de l'élément chambre d'équilibre, on peut simplifier les fonctions de transfert en faisant disparaître dans celles-ci les caractéristiques propres au groupe, au régulateur et à la conduite. Il suffit de poser :

$$\tau = 0 \qquad n = 0 \qquad \frac{1}{K_0} = 0 \qquad \Theta_c = 0 \qquad K_c = 0.$$

Dans ces conditions:

$$\overline{T_1} = -\frac{R + (\Theta_g \overline{p} + 2K_g) \overline{p}}{R(\Theta_g \overline{p} + 2K_g)}, \quad \overline{T_2} = -\frac{1}{\sigma'}$$

$$\overline{T_3} = \frac{C\overline{T_1} + M}{B\overline{T_1} + N} \quad \text{avec } M = Ab - aC = b(1 + d)$$

$$\text{et } N = -\left(aB + A(1 - 2a)\right).$$

La fonction de transfert globale :

$$\overline{T} = \overline{T_2}.\overline{T_3} = 1$$

conduit à l'équation caractéristique :

$$\Theta_g(\sigma' B + C) \bar{p}^2 + [2K_g(\sigma' B + C) - R\Theta_g(\sigma' N + M)] \bar{p} + R(\sigma' B + C) - 2R.K_g(\sigma' N + M) = 0.$$
 58)

Pour que le système soit stable, il faut que les racines de l'équation 58 aient leur partie réelle négative, donc que les coefficients satisfassent aux conditions d'Hurwitz, c'est-à-dire soient de même signe.

Le coefficient de p^2 est positif par définition, la condition :

$$1-2K_{\theta}\frac{\sigma'N+M}{\sigma'B+C}>0$$

est généralement satisfaite car K_g est petit et $\frac{\sigma' N + M}{\sigma' B + C}$ voisin de l'unité. Il reste la condition :

$$\frac{2K_g}{R \cdot \Theta_g} > \frac{\sigma' N + M}{\sigma' B + C}$$
 59)

On a défini au paragraphe 2.3.4 une section limite de la cheminée d'équilibre, dite section de Thoma, exprimée par la relation :

$$\frac{S_{chThoms}}{S_g} = \frac{L_g}{k_g'.V_{g0}^2} \cdot \frac{V_{g0}^2}{2gH_0}$$

or:

$$\frac{2K_g}{R \cdot \Theta_g} = 2 \frac{k_g' \cdot V_{g0}^2}{H_0} \cdot \frac{gH_0^2}{L_g \cdot V_{g0}^2} \cdot \frac{S_{ch}}{S_g} = \frac{S_{ch}}{S_{ch} Thoma}.$$

La condition de stabilité 59 devient ainsi :

$$\frac{S_{ch}}{S_{chThoma}} > \frac{\sigma' N + M}{\sigma' B + C} = \frac{A(b - \sigma'(1 - 2a))}{\sigma' B + C} - a.$$
 60)

Stabilité dans le fonctionnement en parallèle.

En nous plaçant, pour simplifier, dans le cas particulier envisagé au paragraphe 4.7.3.3, nous pouvons utiliser la condition définie par l'équation 60 en remplaçant B, coefficient d'autoréglage, par $\frac{B}{\epsilon_a}$ qui lui est de beaucoup supérieur. Nous constatons ainsi que la condition de stabilité devient nettement moins sévère, ce qui confirme le fait bien connu qu'une installation comportant une cheminée d'équilibre est beaucoup plus stable lorsqu'elle est couplée en parallèle sur un réseau important que lorsqu'elle fonctionne en réseau séparé. A condition que le statisme σ' du régulateur ne soit pas nul.

Ainsi, en reprenant l'exemple traité au paragraphe 4.4 la condition 60 se traduit dans la marche en réseau séparé par :

$$\frac{S_{ch}}{S_{chThoma}} = \frac{2 K_g}{R \cdot \Theta_g} = \frac{2 \times 0,053 \, 3}{0,004 \, 67 \times 9,5} = 2,41$$

$$\frac{A[b - \sigma'(1 - 2a)]}{\sigma' B + C} - a = \frac{1,7 \left[0,745 - 0,05(1 - 2 \times 0,725)\right]}{0,05 \times 0,96 + 0,67} - 0,725 = 1,085 \qquad 2,41 > 1,085 \, .$$

Si la même installation, fonctionnant en parallèle avec quatre installations identiques, se trouve affectée par une perturbation, les autres restant soumises au jeu normal du réglage, la condition de stabilité 60 devient en remplaçant B

$$\operatorname{par} \frac{B}{\varepsilon_{a}} \operatorname{avec} \varepsilon_{a} = 0.2$$

$$\frac{A \left[b - \sigma'(1 - 2a) \right]}{\sigma' \frac{B}{\varepsilon_{a}} + C} - a = 0.705 \qquad 2.41 > 0.705$$

la marge de stabilité se trouve ainsi sensiblement augmentée.