c'est-à-dire que le travail des poids est égal à la moitié de la somme des forces vives de toutes parties mobiles du système.

Quant aux tensions T, T' des cordons, on les obtiendra facilement en raisonnant comme dans le premier cas ; on trouverait

$$T = p - m\frac{c\,d\omega}{dt} \quad \text{et} \quad T' = p' + m'\frac{c'\,d\omega}{dt} \ldots (20)$$

ou en remplaçant l'accélération angulaire par sa valeur (17)

$$T = p - \left[\frac{pc - p'c'}{\Sigma(m\rho^2)}\right]\frac{pc}{g} \quad \text{et} \quad T' = p' + \left[\frac{pc - p'c'}{\Sigma(m\rho^2)}\right]\frac{p'c'}{g}. \; (21)$$

les tensions T et T' sont donc constantes.

Appelant Π la pression de l'axe sur son coussinet pendant le mouvement, on a, P étant le poids du volant,

$$\Pi = P + T + T' = P + p + p' - \frac{(pc - p'c')^2}{g\Sigma(m\rho^2)} \ldots (22)$$

et pc étant plus grand que $p'c'$, le dernier terme sera toujours soustractif et la pression sur le coussinet toujours moindre que la somme des poids $P + p + p'$ du système. Le coussinet est ainsi déchargé, pendant le mouvement, de la différence des forces d'inertie des poids mobiles.

En faisant $c' = c$ dans la figure et dans les formules (17 à 22), on obtiendrait la théorie entière de l'ingénieuse machine d'*Atwood*, déjà esquissée à la page 803.

Voyez encore l'article *Centre spontané de rotation*, pag. 261.

ROUES HYDRAULIQUES. Quelles que soient les dispositions et les formes des roues hydrauliques, l'action de l'eau qui les anime présente en général les circonstances suivantes ou quelques-unes d'entre elles :

1. Un certain poids P de liquide, dont nous désignerons toujours la masse par $M = \frac{P}{g}$ et le volume par Q, sort dans chaque seconde du bief supérieur à la roue, et descend, après avoir agi sur celle-ci, jusques au bief qui lui est inférieur.

H désignant la distance verticale des positions inférieure et supérieure du centre de gravité du poids P, le produit PH est le *travail absolu de la chute* en une seconde, et dès lors, la limite supérieure du travail qui puisse être transmis à la roue dans le même temps.

2. Avant que la masse M atteigne le système de la roue (*pl.* CX), on la laisse souvent descendre d'une certaine hauteur h et acquérir ainsi une vitesse V plus grande que la vitesse v du point de la roue

qu'elle va choquer. Cette vitesse d'affluence V ne pourrait être égale à la vitesse $\sqrt{2gh}$, due à la hauteur h, qu'autant que l'on aurait su éviter les frottements et les contractions; mais, en général, la vitesse réelle d'affluence V sera plus petite que $\sqrt{2gh}$, et pourra être approximativement calculée par les formules de l'article *Ecoulement* (pag. 567); et la demi-force vive $\frac{1}{2}\frac{P}{g}V^2$, avec laquelle le liquide s'introduit dans le système de la roue, sera moindre que le travail Ph de la gravité sur le poids P.

3. Parvenue au contact de la *palette* de l'*aube* ou de l'*auget*, la masse liquide perdra à leur rencontre, en bouillonnements et tourbillonnements, une vitesse w que nous déterminerons pour chaque cas particulier, et qui dépendra de l'intensité de la vitesse d'affluence V, de celle de la vitesse v de la roue, et de l'angle α que ces vitesses forment entre elles, ou des angles A et B qu'elles forment avec le plan de l'aube.

$\frac{1}{2}\frac{P}{g}w^2$ représentera donc généralement la demi-force vive perdue par l'effet du choc, ou le travail dissipé en ébranlements et en tourbillonnements (pag. 327); et comme on admet ici que la vitesse v de la roue ne change pas au moment du choc, w se réduira, en vertu du théorème de *Carnot*, à la seule vitesse que le liquide a perdue.

4. Après le choc, il pourra arriver que la masse M quitte la roue et si u est la vitesse absolue qu'elle prend alors dans l'espace, elle emportera avec elle une demi-force vive $\frac{1}{2}\frac{P}{g}u^2$ qui sera désormais entièrement perdue pour le système.

5. Enfin, la forme, la grandeur et la position de la roue (*pl.*CX), sont le plus souvent telles que, entre son point d'introduction et son point de sortie, le centre de gravité du poids P du liquide introduit parcoure, en pressant les aubes, augets ou palettes, un certain chemin dont nous désignerons la projection verticale par h', et développe ainsi un travail moteur Ph'.

6. Supposant toutes ces diverses circonstances réunies et le mouvement de la machine parfaitement uniforme, appelant F la résistance constante tangentielle qui s'oppose au mouvement de la roue et que l'on suppose appliquée au point qui parcourt circulairement v mètres par seconde, on aura pour le travail résistant Fv dont la roue est capable, ou pour son *effet utile théorique* exprimé en kilogrammètres par seconde.

$$Fv = Ph' + \frac{1}{2}\frac{P}{g}[V^2 - w^2 - u] \quad . \; . \; . \; . \; (1)$$

Cet effet n'égalerait donc le travail absolu PH de la chute d'eau (1) que sous les conditions : 1° ($u^2 = o$) que l'eau sortît de la roue sans vitesse ; 2° ($w^2 = o$) qu'il n'y eût aucune vitesse dissipée en ébranlements et tourbillonnements, c'est-à-dire qu'il n'y eût pas de choc ; 3° ($V^2 = 2gh$) qu'il n'y eût ni frottement du liquide, ni contractions.

7. Nous n'avons plus, pour former l'équation particulière applicable à chaque système, qu'à introduire dans l'équation générale (1) les valeurs de h', V, u et w, qui lui sont propres ; et la recherche de la vitesse perdue w et de la vitesse absolue de sortie u pouvant être facilitée par la détermination de la *vitesse relative* W ; nous allons d'abord nous occuper de celle-ci.

8. *De la vitesse relative* W. Soient (*fig.* 2, *pl.* CX) ba un petit élément plan d'une palette ou d'une face d'auget, MH la grandeur et la direction de la vitesse uniforme v dont il est animé au moment où il est atteint par la masse liquide ; soit MD la grandeur et la direction de la vitesse absolue V de cette masse, α l'angle aigu compris entre les directions de V et de v. Il est bien évident que les effets du choc ne dépendent que de la vitesse de l'un des corps par rapport à l'autre corps, et que les actions et réactions *mutuelles* de la palette et du liquide ne seraient en rien altérées, si ces deux corps étaient entraînés dans l'espace d'un mouvement commun uniforme en quelque sens qu'il ait lieu. Or, nous n'avons qu'à réaliser cette hypothèse pour obtenir très-facilement leur vitesse *relative*. Imaginons que, à l'instant du choc, le milieu dans lequel il s'opère soit emporté avec le liquide et la palette en sens inverse du mouvement de celle-ci avec sa propre vitesse $MH' = -v$; et considérons alors l'élément ba de la palette. Nous voyons qu'ainsi animé de deux vitesses égales et contraires MH et MH', il est *en repos* dans l'espace. Quant à la masse liquide, elle s'y trouve maintenant animée et de sa vitesse primitive $MD = V$ et de la vitesse MH' du milieu ; elle a donc dans l'espace une vitesse absolue $W = AE$, résultante en intensité et direction des composantes MD et MH'. Or, cette vitesse absolue dans l'espace est la vitesse du liquide *relativement* à la palette, puisque celle-ci y est maintenant en repos. On a donc (*Géom.*, B. 32)

$$W^2 = V^2 + v^2 - 2\,V v \cos.\alpha \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (2)$$

9. On aurait encore pour la vitesse relative W en fonction de ses composantes parallèle et perpendiculaire à la vitesse du point choqué (*fig.* 2, *pl.* CX).

$$W^2 = \overline{HC}^2 + \overline{CD}^2 = (MC - MH)^2 + \overline{CD}^2 = (V \cos.\alpha - v)^2 + V^2 \sin.^2\alpha \quad (3)$$

Enfin, il est souvent plus commode d'exprimer cette vitesse relative en fonction de ses composantes perpendiculaire et parallèle *au* *plan b a* de la palette ; A et B étant alors les angles aigus respectivement formés par les directions de V et de v avec le plan de la palette, on a facilement, en décomposant ces vitesses perpendiculairement et parallèlement à ce plan et cherchant leur résultante W,

$$\begin{aligned} W^2 &= (V \sin. A - v \sin. B)^2 + (V \cos. A + v \cos. B)^2. \quad (1) \\ &= V^2 + v^2 + 2\,V v \cos. (A + B) \\ &= V^2 + v^2 - 2\,V v \cos. \alpha \end{aligned}$$

en remarquant que $A + B = 180° - \alpha$

d'où $\cos. (A + B) = \cos. (180° - \alpha) = - \cos. \alpha$;

Si A ou B était obtus son cosinus devrait prendre le signe $-$ dans la formule (1).

Il devient assez facile maintenant d'obtenir la plupart des équations particulières; commençons par celle des *roues à augets*, et supposons d'abord que la roue ait un grand diamètre et se meuve lentement.

10. *Roues à augets, lentes* (*fig* 1, *pl.* CX). On appelle ainsi les roues d'un grand diamètre dont la vitesse à la circonférence extérieure est comprise entre 1^m et 2^m au plus. On admet que les augets ne sont jamais qu'à moitié remplis. La force centrifuge ayant alors peu d'influence sur le *versement* des augets inférieurs, on suppose que le liquide descend tout entier jusqu'au point le plus bas de la roue, et h' représente alors la distance verticale de ce point K au centre de gravité du liquide contenu dans le *premier* auget M*no*. Il règne, il est vrai, une légère incertitude sur la vraie position de ce centre de gravité, origine de la hauteur h'. On pourrait l'évaluer approximativement, mais, en vue de simplifier, les auteurs s'accordent à prendre pour la limite supérieure de h' le point M où la lame d'eau atteint la circonférence extérieure.

11. Ils supposent en outre que le liquide en quittant la roue au point K, y est animé d'une vitesse absolue u égale à celle v de la roue. Cette supposition

$$u = v$$

manque un peu d'exactitude, en ce que le liquide à la sortie prend généralement ici en coulant sur la face de l'auget, une vitesse dirigée en sens inverse de la vitesse v de la roue, et acquiert dès lors une vitesse absolue u qui diffère de v. Mais cette hypothèse compensant un peu la précédente, on la laissera d'abord subsister.

12. L'eau une fois introduite dans le *premier* auget et n'en pouvant plus sortir, n'a bientôt plus que la vitesse v de celui-ci ; donc, la vitesse w qu'elle a perdue contre la face de l'auget ou contre son

fond, ou contre le tambour de la roue, est sa vitesse *relative* tout entière, et dès lors (2),

$$w^2 = W^2 = V^2 + v^2 - 2\,V v \cos.\alpha$$

13. Mettant ces diverses valeurs dans l'équation (1), il vient pour l'expression théorique généralement admise de l'effet utile approximatif de ces roues,

$$F v = P h' + \frac{1}{2}\frac{P}{g}[V^2 - V^2 - v^2 + 2\,V v \cos.\alpha - v^2]$$

ou $$F v = P h' + \frac{P}{g}\,[V \cos.\alpha - v]\,v. \;.\;.\;.\;.\; (5)$$

Mais il importe de ne pas perdre de vue les hypothèses sur lesquelles elle est fondée.

14. Le MAXIMUM de cette expression correspondrait à

$$v = \frac{V \cos.\alpha}{2} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (6)$$

et le travail transmis à la roue, lorsqu'elle prendrait cette vitesse, deviendrait

$$F v = P h' + \frac{P}{g}\,v^2 = P h' + \frac{1}{4}\frac{P}{g}\,V^2 \cos.^2\alpha \;.\;.\;. \; (7)$$

Mais on peut, dans la pratique, s'éloigner toujours notablement de la condition (6) que ce maximum impose. D'une part, en effet, ce qui intéresse la pratique, c'est moins la vitesse qui rendra maximum le travail *transmis* à la roue que celle qui rendra maximum le travail que cette roue *transmettra* aux pièces qu'elle conduit et ces vitesses sont différentes (voy. pag. 1093, § 26). D'autre part, l'équation (5) suppose que la vitesse absolue de sortie u est précisément celle v de la roue, tandis que l'on parvient souvent, à l'aide de certaines dispositions à rendre la vitesse de sortie u à peu près nulle dans les roues à augets lentes. Or, si l'on supposait u réellement nulle, l'équation générale (1) deviendrait après les substitutions indiquées,

$$F v = P h' + \frac{P}{g}\left(V \cos.\alpha - \frac{1}{2}\,v\right) v \;.\;.\;.\;.\;.\; (8)$$

et cette nouvelle valeur du travail de la roue à augets, parfois aussi approximative que celle qui est exprimée par l'équation (5), devient *maximum* à la condition

$$v = V \cos.\alpha \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (9)$$

qui fixe à la vitesse v de la roue une valeur justement double de celle déjà trouvée (6) et élève Fv à

$$Fv = Ph' + \frac{P}{2g} V^2 \cos.^2\alpha \ldots\ldots\ldots (9)$$

Il y a donc lieu en général d'examiner attentivement quel est celui des cas dans lequel on se trouve, ou dont on se rapproche, avant de fixer la vitesse v qu'il convient de donner à la roue pour obtenir le maximum d'effet.

15. *Du tracé de l'auget.* En outre, ces équations supposent essentiellement que le poids P de liquide qui est sorti du bief supérieur dans chaque seconde est effectivement entré tout entier dans la roue. Or, c'est ce qui évidemment n'aurait pas lieu, si les composantes de v et V perpendiculaires à la face de l'auget (4) étaient telles que l'on eût

$$v \sin. B > V \sin. A \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

En effet, la face extérieure ou *aval* de l'auget choquerait alors la lame liquide de dessous en dessus; chaque face d'auget à la rencontre de la lame *ferait battoir*, comme disent les charpentiers, et projetterait au loin, en dehors de la roue, une partie notable du liquide moteur; de plus, ce travail de projection étant essentiellement négatif, une roue ainsi tracée (et l'on en voit!) emploierait une partie de sa puissance à dilapider l'autre, et le calcul d'une pareille machine serait à peu près impossible.

16. Si l'on avait au contraire (4)

$$V \sin. A > v \sin. B \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

ce serait alors le liquide qui frapperait perpendiculairement la face intérieure ou *amont* de l'auget, avec l'excès de la première vitesse sur la seconde, ce qui pourrait causer quelques légers rejaillissements qu'il est bon d'éviter, bien qu'ils soient loin d'avoir ici les inconvénients très-graves du choc de la face d'aval sur le liquide, que nous avons signalés plus haut.

17. La composante v sin. B de la vitesse de la roue ne pouvant être convenablement plus petite, et surtout ne devant jamais être plus grande que la composante V sin. A du liquide, la face de l'auget devra donc être tracée de manière à satisfaire à la condition

$$v \sin. B = V \sin. A \quad \text{ou} \quad \frac{\sin. B}{\sin. A} = \frac{V}{v} \ldots\ldots (12)$$

ce qui est facile. Tracez, en effet, par la méthode indiquée page 592, la trajectoire du filet *supérieur* de la lame liquide. Par le point M (*fig.* 1, *pl.* CX), où cette trajectoire rencontre la circonférence de la roue, menez d'une part une tangente M D à cette trajectoire, de l'autre une tangente M H à la circonférence. Sur la première tangente, portez à une grande échelle une longueur M D qui représente la vitesse réelle d'affluence V; sur MH, à la même échelle, portez une longueur MH égale à la vitesse de la circonférence extérieure de la roue; par les points D et H ainsi déterminés, menez une droite DHp, et par le point M une parallèle M E à cette droite, M E sera la direction que doit recevoir la face Mn du *premier* auget; car les projections Mp des vitesses V et v sur la perpendiculaire à la face de l'auget sont évidemment égales, et l'on a :

$$Mp = v \sin.B = V \sin.A, \quad \text{ou} \quad (\textit{Géom. N. 1}) \ \frac{v}{V} = \frac{\sin.A}{\sin.B}. \quad (13)$$

18. Quant au fond *on* de l'auget, il prend habituellement la direction du rayon de la roue, et on lui donne pour hauteur la moitié environ de l'intervalle qui sépare la circonférence intérieure de la circonférence extérieure de la roue.

19. Si les augets sont en métal (tôle, zinc, cuivre), on arrondit légèrement le coude *n* de l'auget; s'ils sont en bois, le biseau doit être pris sur la face interne comme en *a b*, *fig.* 1, et son bord renforcé par une lame de tôle; le couper suivant *d i*, c'est donner à la roue une surface *faisant battoir* qui, pour une roue de 24 augets seulement, s'élèverait à plus de $1^m.20$ multiplié par la largeur de la roue, pour chaque tour.

20. *Dispositions générales.* Il y a avantage à réduire la tête d'eau à $0^m.20$ s'il est possible, et à augmenter d'autant le diamètre de la roue.—La hauteur de la couronne mesurée dans le sens du rayon peut être réduite elle-même à $0^m.25$, $0^m.30$ au plus, afin que le centre de gravité de l'eau affluente ne s'abaisse pas trop avant qu'elle agisse sur la roue par son poids. L'écartement des augets mesuré sur la circonférence extérieure égale au moins la hauteur de la couronne. Ces deux conditions fixent suffisamment le nombre des augets qui doit toujours être pair. Le tambour de la roue doit être assemblé et calfaté avec beaucoup de soin. Ses joints longitudinaux donnent bientôt lieu, sans cette précaution, à des fuites considérables. La longueur des augets dans œuvre doit déborder le petit coursier d'amenée ou la largeur de la vanne de $0^m.05$ à $0^m.06$ de chaque côté pour faciliter la sortie de l'air qui ne s'opère jamais très-bien.

21. Ces dispositions satisfaites, et l'auget tracé comme il a été dit plus haut, on peut compter qu'une roue à augets d'un grand diamètre, dont la circonférence parcourra de $1^m.30$ à $1^m.50$ par seconde, pourra convenablement dépenser de 70 à 100 kilogrammes d'eau par seconde par chaque mètre de sa largeur, et transmettre un tra-

vail égal aux trois quarts et même aux quatre cinquièmes du travail absolu PH de la chute (1).

22. Quant au coefficient par lequel il convient de multiplier le second membre de l'équation (5) pour obtenir ce qu'on appelle l'effet utile *pratique*, on le fait $= 0.78$, d'après quelques observations déjà anciennes de M. *Morin* (1828 à 1834) dont il est bon d'indiquer les éléments principaux.

23. *Roue de Guebwiller* (*fig*. 6, *pl*. CIX), estimée de 55 chevaux, entièrement en fer et en fonte, construite par *Aitken* et *Steel*. — Poids total, 25000 kil.—Diamètre, $9^m.10$.—Largeur dans œuvre, $3^m.155$.—96 augets en tôle espacés de $0^m.30$ à la circonférence extérieure.—Hauteur de la couronne dans le sens du rayon, $0^m.30$. — Entrée de l'eau à 50 degrés au-dessous du sommet. — Vannage incliné de 40 degrés sur l'horizon.—La vanne démasque un orifice garni de cloisons dirigées suivant le prolongement de la face des augets, système qu'on fera bien de ne pas imiter. — Chute totale $H = 7^m.70$ à $7^m.80$, les niveaux étant un peu variables.—Dépense assez incertaine, calculée en appliquant aux orifices indiqués ci-dessus un coefficient $= 0.754$.

M. *Morin* conclut de sa série d'observations sur cette roue que l'on peut faire varier le rapport $\frac{v}{V}$ de 0.25 à 0.80, et donner à la circonférence extérieure de ces grandes roues une vitesse $v = 2^m$ sans diminuer leur effet utile, pourvu que les augets ne soient remplis qu'à moitié. On aurait alors pour l'expression de cet effet :

$$F v = 0.78\, P h' + \frac{P}{g}(V - v) v. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

le coefficient 0.78 portant seulement, d'après M. *Morin*, sur le travail Ph' de la descente.

24. *Roue de Senelles* (*fig*. 5, *pl*. CIX), diamètre $= 8^m.425$. — M. *Morin* a fait h' égale à ce diamètre — trente augets à face un peu courbe — largeur dans œuvre $= 2^m.21$ — capacité totale de chacun $= 0^{mmm}.106$, — elle reçoit l'eau au sommet par une espèce de buse inclinée de 30 degrés sur l'horizon, et munie d'un clapet.— M. *Morin* a calculé la dépense de l'orifice en multipliant par 0.59 le produit de la section de la veine d'eau perpendiculaire à sa vitesse de sortie par la charge sur son centre de gravité. On peut conclure de la série des observations que la formule précédente (14) serait encore applicable à cette roue.

25. *Roue de Fleur-Moulin* (*fig*. 4, *pl*. CIX), chute totale $H = 2.56$ —diamètre $2^m.28$. On a fait h' égale à ce diamètre— 24 augets en tôle de $0^m.004$ épaisseur, courbés en arcs de cercle de $0^m.325$ rayon, tangents à la circonférence extérieure.—La vitesse v a été moyen-

moment de $1^{m}.50$. Bien que α ne fût pas très-petit, on a supposé cos. $\alpha = 1$ et obtenu 0.76 pour le coefficient pratique qui doit multiplier Ph' dans la formule (5).

26. *Des coefficients de réduction.* On peut remarquer que la grandeur un peu arbitraire des coefficients pratiques dépend surtout de la manière dont on les obtient, et il ne me paraît pas douteux qu'avec un peu de sévérité dans le calcul et les observations, on n'arrive bientôt à les faire disparaître des formules. Il n'est pas difficile, en effet, d'évaluer avec assez d'approximation la valeur réelle de V (pag. 567), et dans les roues à augets lentes, on peut parvenir aussi facilement à estimer les positions du centre de gravité du liquide, tant à son entrée qu'à sa sortie. Si on ne le fait pas, ne peut-on pas au moins retrancher de h' une perte de chute h_0 très-évidente, et qui a toujours nécessairement lieu dans ce système de roue ? N'est-il pas clair, par exemple, qu'un auget dont la face FL est devenue *horizontale* est entièrement à sec ? Or, si δ est l'angle aigu LFG de la face et du fond de l'auget, celui-ci étant dirigé suivant le rayon, il y a une perte de chute *minimum* $HK = h_0$, telle qu'on a :

$$h_0 = HK = OK - OH = R - r \sin.\delta. \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

en appelant R le rayon extérieur de la roue et r la distance OF du coude de l'auget au centre de celle-ci. Il semble donc que, sans prétendre à une grande rigueur, l'équation des roues lentes pourrait du moins mettre en évidence cet effet certain et influent, et être écrite comme suit (5) :

$$Fv = Ph' + \frac{P}{g}\left[V \cos.\alpha - v\right] v - P(R + r \sin.\delta) \quad (16)$$

27. On pourra prendre, au reste, une idée de l'influence de ce terme négatif, en supposant, ce qui a lieu à peu de chose près en pratique, $\delta = 60°$, d'où sin. $\delta = 0.866$; et r étant habituellement $= R - 0^{m}.15$, on aurait :

$$h_0 = 0.134\,PR + 0.13\,P$$

Ainsi, sur une chute de 5^{m}, une roue de $4^{m}.50$ diamètre perdrait par ce seul effet, dont la formule admise ne tient aucun compte, plus du douzième du travail absolu PH de la chute totale, et à peu près le dixième de l'effet utile que l'équation (5) lui attribue; ce qui modifierait notablement le coefficient pratique à appliquer à la formule de roues analogues. Nous allons voir dans le paragraphe suivant comment on pourrait tenir compte, au besoin, des effets de la force centrifuge sur le versement dans ces roues lentes.

28. *Roues à augets, à grande vitesse.* La théorie de ces roues ne différerait pas de celle qui précède si le *versement* du liquide ne

commençait pas à s'y opérer beaucoup plus tôt que pour les roues lentes. M. *Poncelet* a très-heureusement expliqué ce versement par l'effet combiné de la force centrifuge du liquide et par la pente de la face de l'auget qui le contient, et enseigné, comme il suit, à déterminer approximativement la forme que le liquide affecte.

29. *Courbure de la surface de l'eau dans les augets* (*fig.* 3, *pl.* CX), soit m une masse élémentaire du liquide contenu dans un auget quelconque, r la distance de m à l'axe de rotation de la roue, ω la vitesse angulaire uniforme de celle-ci, $m\omega^2 r$ sera (pag. 808) la force centrifuge qui tend à éloigner la molécule m de l'axe O. D'une autre part, cette molécule est sollicitée verticalement par son poids mg. Faisant ici abstraction de tout mouvement propre de cette molécule dans l'auget, mR sera en direction et en intensité la résultante des forces qui la sollicitent; or, la similitude des triangles donne :

$$\mathrm{O}\dot{\mathrm{I}} : mg :: r : m\omega^2 r \quad \text{d'où} \quad \mathrm{O}\dot{\mathrm{I}} = \frac{mgr}{m\omega^2 r} = \frac{g}{\omega^2} \ldots (17)$$

et O$\dot{\mathrm{I}}$ ne dépendant que des quantités g et ω qui sont constantes, aura ainsi la même valeur pour toutes les molécules liquides contenues dans tous les augets de la roue. Le point, ou mieux l'axe $\dot{\mathrm{I}}$, déterminé par la valeur précédente (17), est donc comme un axe de répulsion unique dont toutes ces molécules tendent à s'éloigner avec une intensité mR qui, pour chacune d'elles, deviendrait $m\omega^2\rho$, en appelant ρ sa distance $m\dot{\mathrm{I}}$ à l'axe $\dot{\mathrm{I}}$. On a en effet :

$$\overline{m\mathrm{R}} : m\omega^2 r :: \rho : r \quad \text{ou} \quad \overline{m\mathrm{R}} = m\omega^2\rho \ldots\ldots (18)$$

30. Or, la surface d'une masse liquide est nécessairement normale aux forces qui la sollicitent; les couches du liquide dans tous les augets affecteront donc la forme de cylindres ayant un axe horizontal commun $\dot{\mathrm{I}}$ et des rayons ρ égaux à leurs distances respectives à cet axe. Par conséquent, en décrivant du centre $\dot{\mathrm{I}}$, situé sur la verticale O$\dot{\mathrm{I}}$ à une distance de $\mathrm{O} = \frac{g}{\omega^2}$, des arcs de cercle concentriques passant par les bords des augets, ces arcs ac (*fig.* 3) traceront des limites aux quantités d'eau qui peuvent être contenues dans chacun d'eux.

31. *Perte de travail par l'effet du versement.* On déterminera donc très-facilement par ce tracé, et à l'aide de quelques tâtonnements la position de l'auget dont le versement est sur le point de commencer. On déterminera de même la position de celui que le versement vient de mettre à sec et h_1 étant la distance verticale de ces positions,

$$-\frac{1}{2}\,Ph_1 \ldots\ldots\ldots\ldots (19)$$

exprimera toujours assez exactement le travail perdu entre elles.

32. Continuant à désigner par h_0 la distance du point le plus bas de la roue à l'auget qui vient d'être mis à sec, on a pour la perte de travail due au versement

$$-\left(\frac{1}{2}\,Ph_1 + Ph_0\right) \ldots\ldots\ldots (20)$$

33. Ainsi, h' désignant toujours la hauteur au-dessus du bas de la roue du centre de gravité du liquide admis dans le *premier* auget; supposant, ce qui est à peu près exact ici, que la vitesse absolue de sortie du liquide ou u égale la vitesse v de la roue, on a pour l'effet utile Fv des roues à augets à grande vitesse

$$Fv = \frac{P}{g}\,[V\cos.\alpha - v]\,v + P\left[h' - \frac{1}{2}h_1 - h_0\right]. \;\; . \;\; (21)$$

et comme on a apporté ici quelque modération dans les hypothèses, il ne paraît pas qu'il y ait lieu d'appliquer à la formule aucun coefficient, pourvu que V y désigne la vitesse *réelle* d'affluence et non celle qui serait due à la hauteur h (*fig.* 1).

Voici encore une ancienne observation de M. *Morin* sur ce genre de roue.

34. *Roue de Framont* (*fig.* 7, *pl.* CIX) diamètre de la roue $= 2^m.74$.—On a fait h' égale à ce diamètre — vingt augets— vingt-quatre tours et $\frac{1}{4}$ par minute — dépense calculée en prenant le coefficient $m = 0.669$ et la charge d'eau sur le centre de l'orifice $= 0^m.90$ —la largeur de l'orifice $= 1^m.27$, sa hauteur $= 0^m.11$. On a trouvé la vitesse d'affluence $V = 5^m.04$, $\cos.\alpha = 0.98$, $v = 3^m.478$, et enfin $Fv = 867^{km}.7$.

Cette roue menait un marteau de forge dont un lever exact a été fait par M. *Virlet*, et dont les effets ont été calculés par cet officier, en appliquant à ses données la théorie des marteaux de M. *Poncelet*, résumée pag. 1119. On a trouvé pour le travail dépensé sur ce marteau par la roue en question, 866^{km}, nombre qui diffère à peine du travail Fv transmis à cette roue par la chute $= 867^{km}.7$.

35. *Roue de côté à palettes planes, emboîtées dans un coursier circulaire* (fig. 4, pl. CXI). Ces roues reçoivent l'eau *de côté*, au-dessous de leur diamètre horizontal soit par un déversoir, soit par une vanne ordinaire, et elles tournent dans un coursier dont le rayon est de 0^m01 environ plus grand que le rayon R de la roue, et qui emboîte latéralement les palettes de celle-ci en laissant un *jeu* de

0^m01 égal au jeu inférieur. Ce jeu, nécessaire au libre mouvement des palettes, donne nécessairement lieu à une perte d'effet notable.

36. D'après cette disposition, on voit qu'à son entrée dans la roue, l'eau choque la palette, puis elle descend avec celle-ci jusqu'au bief inférieur, et sort de la roue vers l'extrémité de son diamètre vertical avec une vitesse qui est ici sensiblement égale à celle de la roue. Afin de faciliter le dégagement de l'air, on laisse des jours au tambour de la roue vers la partie supérieure de l'intervalle des aubes.

37. Conservant toutes les notations ci-dessus, on a donc encore ici (1) et (2),

$$u^2 = v^2 \text{ et } w^2 = W^2 = V^2 + v^2 - 2Vv\cos.\alpha,$$

et en mettant ces valeurs dans l'équation générale (1), il vient pour l'effet utile théorique,

$$Fv = Ph' + \frac{P}{g}[V\cos.\alpha - v]v. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

en ne tenant aucun compte des pertes toujours importantes dues au jeu.

38. Le maximum théorique de cet effet utile correspond à une vitesse de roue telle qu'on ait

$$v = \frac{V\cos.\alpha}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

Il augmenterait encore un peu si l'on diminuait α, c'est-à-dire en disposant la prise d'eau de manière que la vitesse d'affluence V fût dirigée autant que possible suivant la vitesse v du point de la palette atteint par le liquide. Si α pouvait être considéré comme nul, on aurait donc

$$v = \frac{V}{2}$$

pour la condition du maximum d'effet qui deviendrait ainsi :

$$Fv = \frac{1}{4}\frac{P}{g}V^2 + Ph' = \frac{1}{2}\frac{P}{g}V^2 + Ph' - \frac{1}{4}\frac{P}{g}V^2. \quad . \quad (24)$$

c'est-à-dire qu'il s'en faudrait de $\frac{1}{4}\frac{P}{g}V^2$ que l'effet utile atteignît le travail total $P(h + h')$ de la chute, en supposant $V^2 = 2gh$, et toujours en négligeant l'effet des pertes d'eau.

39. On peut voir sur les figures 3 et 5 de la planche CXI, qu'on augmentait encore naguère ces pertes de travail en pratiquant, aux dépens de la chute totale $H = h + h'$, un ressaut destiné, disait-on, à faciliter le dégorgement des eaux. M. *Belanger*

est le premier, je crois, qui ait proposé non-seulement de supprimer ce ressaut, mais encore d'abaisser le bas du coursier au-dessous du niveau du bief inférieur, et d'utiliser ainsi une partie de la force vive des eaux de sortie pour refouler les eaux d'aval, conformément d'ailleurs à une curieuse remarque de *Venturi*, que je crois devoir consigner ici, parce qu'elle est peu connue.

40. *Observation de Venturi.* « Dans les chutes artificielles que « l'on procure dans les canaux pour mettre en mouvement des « moulins, lorsque l'eau se précipite dans une conduite rectangu- « laire de planches de bois DBCF (*fig.* 4, *pl.* CX), située presque « horizontalement au milieu du canal inférieur, la surface de l'eau « en K est d'un ou deux pieds au-dessous du courant inférieur FL(*). « L'eau en F tend à refluer et à descendre par FK, mais le cou- « rant. . . . . l'emporte continuellement et ne lui permet pas de se « glisser jusqu'en K. . . . . .La conduite rectangulaire DBFC doit « être prolongée d'une certaine quantité le long du canal inférieur, « autrement l'eau pourra refluer de F en K. . . . . .Les meuniers « connaissent l'utilité de ce prolongement; l'expérience leur a ap- « pris que ce prolongement empêche dans les crues que les eaux « ne regorgent aussitôt dans la conduite et n'arrêtent le mouve- « ment de la roue. . . . .; pour cela, ils construisent le bord de la « conduite DF à la hauteur des eaux que le moulin peut supporter. « La ville de Final, dans le Modenais, m'ayant chargé de donner « à une partie des eaux du Panaro un changement de cours. . . . . « j'ai profité de ce prolongement du coursier DF, combiné avec « d'autres artifices, pour soutenir l'action des moulins dans le nou- « veau canal; j'ai réussi non-seulement au delà de ce que le peu- « ple croyait, mais au delà de ce que j'avais moi-même espéré. » (*Recherches expérimentales du citoyen Venturi*, 1797, pages 50 à 52.)

41. *Conditions d'établissement.* Il conviendra donc dans les cas où la roue aura une vitesse assez grande, d'établir le bas du coursier au-dessous du niveau moyen du bief d'aval d'une quantité un peu moindre que la hauteur des palettes,—de prolonger ce coursier d'environ $1^m.50$ au delà de la verticale du centre de la roue,—de munir ce prolongement de joues verticales dont le bord supérieur devra dominer le plus haut niveau des eaux d'aval,—et de se fier ainsi à la vitesse de sortie pour refouler ces eaux. — Quelques auteurs recommandent encore de donner au prolongement du coursier une pente de 0.1 environ, afin, disent-ils, d'entretenir la vitesse de sortie u. Cette pratique ne nous paraît justifiée ni par l'ex-

(*) On avait déjà remarqué cet abaissement de niveau en K. (*Guillielmini; della natura dè Fiumi*, cap. 7.)

périence ni par le raisonnement. Dans le cas de roues tournant lentement, l'immersion du coursier ne devra pas s'élever à plus de la moitié de la hauteur des palettes.

42. En général, les roues de côté reçoivent et doivent recevoir l'eau au-dessous de leur diamètre horizontal.—La partie de l'aube qui reçoit le choc du liquide doit être sensiblement parallèle à la vitesse relative W du liquide par rapport à l'aube (§ 17). On donne habituellement à ces roues une vitesse à la circonférence extérieure de 1m.30 à 1m.50.—Le vannage en déversoir de la fig. 4, pl. CXI, convient plus particulièrement aux roues lentes et l'épaisseur de la lame d'eau sur le seuil reçoit alors de 0m.20 à 0m.25, quand la chute totale excède 1 mètre. Les vannages inclinés de la fig. 1, même planche, s'appliquent aux roues plus vives. L'eau admise entre deux aubes consécutives ne doit pas excéder les $\frac{2}{3}$ de la capacité qu'elles laissent entre elles. On donne environ 0m.35 de hauteur aux palettes, et on les espace à peu près de la même quantité.

Suivent les analyses de quelques calculs et observations dus à M. *Morin* sur diverses roues de cette catégorie, qui ne sauraient d'ailleurs être proposées pour modèles; voyez les *Expériences sur les roues hydrauliques*, 1834, de ce professeur distingué.

43. *Roue de la fonderie de Toulouse* (fig. 1, pl. CXI). Diamètre extérieur, 6m.—Nombre d'aubes, 36. Hauteur des aubes, 0m50, dans le sens du rayon. —Largeur, 1m.60. — Vannage incliné de 34° 30′ sur la verticale. — Le plan qui suit la vanne a longueur 0m.78, il est incliné de 9° 25′.—Le coursier circulaire qui emboîte la roue laisse sur le fond et les côtés un jeu de 0m.01.—L'eau atteint la roue à 0m.50 $= h'$ au-dessus de son point inférieur; la largeur de l'orifice d'écoulement $=$ 1m.55; on a calculé la dépense en employant le coefficient 0.75, supposé $\alpha = 0$ et trouvé ainsi que le second membre de la formule (22) devait être multiplié par 0.74 pour exprimer l'effet utile réel de cette roue, toutes les fois que la levée de la vanne ne dépassait pas 0m.10.—Le rapport le plus convenable de v à V a paru être $\frac{v}{V} = 0.40$ à 0.45.

44. Le coefficient moyen 0.74 indiqué ci-dessus s'est abaissé à 0.60, lorsque la vanne a été levée de 0m.15 à 0m.30 et $\frac{v}{V}$ compris entre 0.5 et 0.8. Dans ce cas, le quotient moyen du travail de la roue par le travail P H de la chute s'est abaissé à 0.33.

La charge sur le centre de l'orifice a varié dans ces expériences de 1m.10 à 1m.46.

45. *Roue de la poudrerie de Metz* (fig. 2, pl. CXI). Diamètre extérieur, 3m.96.—Nombre d'aubes, 24.—Écartement des aubes mesuré à la circonférence extérieure 0m.518.— Hauteur dans le sens

du rayon $0^m.30$. — Emboîtement exact dans son coursier en pierres de taille qui réduit le jeu à $0^m.005$. — Vanne verticale dont le seuil est singulièrement raccordé par un plan horizontal et un arc de cercle avec le fond du coursier. — A $0^m.80$ en aval de l'aplomb de l'axe, il a été établi un inutile ressaut de $0^m.10$. — On a pu faire varier la chute totale H de $0^m.77$ à $0^m.84$, et la charge sur le centre de l'orifice de $0^m.15$ à $0^m.36$. On a dans le calcul supposé $\alpha = 0$, évalué la dépense à l'aide de coefficients un peu incertains et retrouvé ainsi 0.74 pour le coefficient pratique de la formule (22), tant que $\frac{v}{V}$ a été compris entre 0.55 et 0.80.

46. *Roue de Châtellerault* (fig. 3, pl. CXI). Diamètre $= 2$ R et autres données que je n'ai pas su découvrir. — Jeu très-faible. — Vannage incliné à 45°. — Largeur de l'orifice, $1^m.28$. — Coefficient employé pour évaluer la dépense 0.75. — $\alpha = 25°$, cos. $\alpha = 0.90$. Le maximum d'effet a paru correspondre à un rapport de $\frac{v}{V}$ compris entre 0.40 et 0.67, et l'on a trouvé 0.75 pour le coefficient pratique du second membre de la formule (22).

47. *Roue de la cristallerie de Baccarat* (fig. 4, pl. CXI). Construite, en 1816, par *Aitken* et *Steel*. — Diamètre extérieur, $4^m.006$. — Largeur égale à celle de la vanne en déversoir $= 3^m.90$. — Nombre d'aubes, 32. — Jeu très-faible. — La chute totale a varié dans ces expériences de $2^m.008$ à $2^m.079$, et les abaissements de la vanne au-dessous du niveau général ont été successivement $0^m.112$, $0^m.175$, $0^m 220$ et $0^m.260$. — On a calculé la dépense par la formule des déversoirs (pag. 584), en faisant $\mu = 0.393$, 0.390, 0.385 et 0.385, et trouvé ainsi que le coefficient, qui devait multiplier le second membre de la formule (22), s'élevait à 0.788, tant que la vitesse v de la roue mesurée à la circonférence est restée comprise entre $0^m.48$ et $1^m.80$ et $\frac{v}{V \cos.\alpha}$ entre 0.47 et 1, le volume d'eau introduit dans les augets ne dépassant pas la moitié de leur capacité.

48. *Roues des meules de Baccarat* (fig. 5, pl. CXI). Données que je n'ai pas su compléter. 40 aubes espacées de $0^m 384$. — Vannage incliné à 71° sur l'horizontale. — Charge d'eau moyenne sur le côté supérieur de l'orifice $0^m.35$. — Dépense calculée en fonction de la charge sur le centre de l'orifice en adoptant le coefficient 0.70. — On a trouvé ainsi pour le coefficient pratique qui devait multiplier le second membre de la formule (22) le chiffre 0.792, tant que les augets n'étaient qu'à moitié remplis et que le rapport $\frac{v}{V \cos.\alpha}$ était compris lui-même entre 0.37 et 2.

49. *Roues à palettes planes, non emboîtées.* On prendra une idée

suffisamment exacte de ces anciennes roues, en relevant par la pensée la roue de la figure 1, planche CXI, et en prolongeant le coursier rectiligne qui suit la vanne et qui deviendra ainsi à peu près tangent à la circonférence extérieure dans la verticale de son centre. Les palettes avaient habituellement $0^m.30$ à $0^m.40$ dans le sens du rayon et leur écartement était à peu près égal à cette hauteur. On donnait ou on ne donnait pas de pente au coursier ; le jeu qui pouvait être réduit à $0^m.01$ ou 0.02, s'élevait quelquefois à $0^m.05$ et $0^m.06$; et le vannage rarement incliné (*fig.*1) était plus souvent vertical (*fig.* 2), et même assez éloigné de la roue.

50. Avec ces dispositions et V étant toujours la vitesse réelle avec laquelle l'eau atteint la roue, et qui peut être approximativement calculée par les formules de l'article *Ecoulement* (pag. 567) et v la vitesse uniforme du centre d'immersion des aubes, on peut admettre qu'une fois engagé entre deux aubes consécutives, le liquide perd toute vitesse relative à la capacité mobile qu'elles laissent entre elles, qu'il n'a plus dès lors, en quittant la roue, qu'une vitesse absolue u qui est sensiblement égale à v. Remarquant en outre que $h' = 0$ et que les vitesses V et v étant parallèles, $\alpha = 0$ et cos. $\alpha = 1$, on a pour obtenir la vitesse perdue w (§ 8),

$$w^2 = W^2 = V^2 + v^2 - 2Vv = (V - v)^2. \quad . \quad . \quad (25)$$

51. Substituant ces valeurs dans l'équation générale (1) et faisant les réductions, on a pour l'effet utile théorique de ces roues,

$$Fv = \frac{P}{g}(V - v)v. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

effet qui deviendra théoriquement *maximum* à la condition

$$v = \frac{1}{2}V. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

que la vitesse du centre d'impression des aubes soit la moitié de la vitesse d'affluence du liquide, et s'élèvera alors à

$$Fv = \frac{1}{4}\frac{P}{g}V^2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

Cet effet utile atteindra donc au plus la moitié du travail dépensé sur le système.

52. L'eau, en quittant la roue, et emportant avec elle un travail $\frac{1}{2}\frac{P}{g}v^2 = \frac{1}{8}\frac{P}{g}V^2$, on pourrait, il est vrai, en utiliser une partie par une disposition analogue à celle qui a été étudiée aux §§ 39 et 40, incliner et disposer le vannage de manière à diminuer les frottements, les contractions et les pertes de vitesse, mais cet accroissement de dépense n'augmenterait que de peu l'effet utile pratique.

53. Quelques expériences de *Smeaton* et de *Bossut*, assez peu concluantes en ce qu'elles ont été faites sur un *modèle* de roue, donnent 0.60 pour le coefficient pratique qui doit multiplier l'effet utile, lequel se trouverait ainsi réduit à

$$F v = 0.6 \frac{P}{g} [V - v] v. \quad . \ . \ . \ . \ . \quad (29)$$

et qui, dans le cas du maximum d'effet, correspondant, d'après ces expériences, à $v = 0.4$ V, s'élèverait au plus à

$$F v = 0.288 \frac{P V^2}{2g} \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (30)$$

la roue ayant très-peu de jeu.

54. Ces anciennes roues ont l'avantage d'être simples, très-peu coûteuses tant en frais d'entretien que de premier établissement. Peut-être, en dépit de leur faible rendement, satisfont-elles, sur les usines où on les voit encore, à la condition d'y *produire l'effet déterminé pour le moindre prix*, caractère qui, en dehors du domaine de l'art, sera toujours celui d'après lequel, avec raison, on jugera une MACHINE (page 1094).

55. *Roues pendantes sur bateaux*. Ces roues ne diffèrent de celles qui précèdent qu'en ce qu'elles sont habituellement montées entre deux bateaux portant leur axe, et laissant entre eux une section de liquide beaucoup plus grande que la surface des palettes ; il en résulte que celui-ci peut se détourner en partie de la voie suivie par les palettes, et que l'on ne sait plus bien alors quel est le poids P de liquide qui les atteint dans chaque seconde.

56. Cependant, si l'on remarque que A étant la section plongée de la palette verticale, $\Pi = 1000$ kil., le poids du mètre cube d'eau, et U la vitesse *moyenne* du liquide que l'on croit être (pag. 451) les 0.8 à peu près de la vitesse V de la surface, on aura tout au moins par approximation,

$$P = 1000\, A\, U = 1000\, A\, (0.8\, V). \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (31)$$

Substituant cette valeur de P dans la formule (26) des roues à palettes planes non emboîtées, il viendra pour l'effet utile des roues pendantes, v étant la vitesse du centre d'impression des aubes,

$$F v = 0.8 \times \frac{1000\, A\, V}{g} (V - v)\, v \ldots \ . \ . \ . \ . \quad (32)$$

57. Il résulte des observations de M. *Poncelet* sur trois moulins du Rhône que l'expression ci-dessus exprime, en effet, le travail réellement transmis en une seconde au centre des aubes, et qu'il

n'y a pas lieu dès lors de la corriger par aucun coefficient, pourvu cependant que le rapport $\frac{v}{V}$ s'éloigne peu de 0.40.

58. *Conditions d'établissement.* On donne habituellement aux aubes de ces roues une hauteur égale au quart ou au cinquième du rayon de la roue. Sur le Rhône, leur hauteur varie de 0^{m}50 à 0^{m}80, et de plus, leur bord supérieur est plongé au-dessous du niveau, ce que M. *Poncelet* motive en remarquant que le fleuve étant très-profond, la plus grande vitesse du courant répond à un point situé à une distance assez grande de sa surface. La longueur des aubes croît à peu près proportionnellement au travail que l'on veut transmettre. — Leur nombre ne dépasse pas douze. Cependant, *Navier* conseille de faire leur écartement égal à leur hauteur, de porter leur nombre à vingt au moins, et, en outre, de les incliner sur le rayon de manière à ce qu'elles forment avec son prolongement un angle de 30° quand la roue plonge du quart de son rayon et de 15° seulement quand elle plonge du tiers, ce qui est, d'après Navier, la plus grande profondeur à laquelle la roue doive jamais être immergée. Toutefois, *Navier* rapporte lui-même, d'après le *Manuel du meunier* de *Béguillet,* qu'une roue à aubes inclinées sur le rayon, essayée sur un moulin à bateau de Paris, n'a pas réussi, ce qu'il attribue à ce que, vraisemblablement, l'inclinaison n'était pas en rapport avec la hauteur des aubes.

59. *Roues à aubes courbes* de M. *Poncelet.* Nous avons vu (30) que les roues à aubes planes mues par-dessous et généralement employées sur les basses chutes n'utilisaient pas le tiers du travail absolu PH du moteur. Dès 1827, M. *Poncelet* a proposé d'en modifier la forme de manière à leur faire produire un effet utile qui s'approchât du *maximum* absolu, sans leur faire perdre l'avantage qui les distingue de pouvoir être animées d'une grande vitesse. Toute la question consistant, comme on le sait, à faire en sorte que l'eau, n'exerçant aucun choc à son entrée dans la roue ni dans son intérieur, la quitte également sans vitesse sensible, M. *Poncelet* a remplacé les aubes droites (*Pl.* CXII) par des aubes cylindriques se raccordant à peu près tangentiellement avec la circonférence extérieure. L'eau arrivant ainsi sur ces courbes suivant une direction à peu près tangente à leur élément extrême, s'y élève sans les choquer, et le centre de gravité de la lame d'eau introduite y atteint théoriquement une hauteur due à la vitesse relative de cette lame par rapport à celle de l'aube. La lame redescend ensuite en acquérant de nouveau, mais en sens contraire du mouvement de la roue, une vitesse relative égale à celle qu'elle avait en entrant, et dans certaines conditions, sort ainsi de la roue avec une vitesse absolue qui est nulle.

60. Ainsi, V étant toujours la vitesse de l'eau au moment où elle atteint la roue, et v la vitesse uniforme de la circonférence extérieure de celle-ci, la vitesse relative du liquide à l'entrée sera $(V - v)$, et la hauteur à laquelle le centre de gravité de la lame introduite s'élèvera sur l'aube sera, abstraction faite du frottement,

$$\frac{(V-v)^2}{2g} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (33)$$

Il acquerra de nouveau, en descendant le long de l'aube, la vitesse relative $-(V-v)$ en sens contraire du mouvement de la roue, et comme il est d'ailleurs animé de la vitesse $+v$ de la roue, il quittera celle-ci avec une vitesse absolue.

$$u = -(V-v) + v = 2v - V. \ldots \quad (34)$$

il suffira donc, pour que la vitesse de sortie u soit nulle, de satisfaire à la condition :

$$u = 2v - V = o, \text{ ou } v = \frac{V}{2} \ldots\ldots \quad (35)$$

c'est-à-dire que la roue devra prendre une vitesse v égale à la moitié de la vitesse d'affluence V du liquide. La vitesse perdue par le choc étant nulle aussi bien que la vitesse de sortie, l'équation générale (1) se réduit à

$$Fv = \frac{1}{2}\frac{P}{g}V^2 \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (36)$$

c'est-à-dire que la roue utiliserait le travail total PH de la chute, si la vitesse d'affluence V pouvait être la vitesse due à la hauteur H de cette chute. L'effort F exercé à la circonférence extérieure s'élèverait lui-même, dans les mêmes conditions, à

$$F = \frac{P}{g}V \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (37)$$

il serait donc le double de celui qu'exercerait une roue à palettes planes pour les mêmes vitesses; avantage précieux dans tous les cas où la résistance à vaincre au départ est considérable.

61. Mais, ainsi que le remarque l'illustre auteur de ce système, « différentes circonstances empêchent que les choses se passent tout à fait ainsi dans la pratique ». En effet, s'il convient, pour que l'eau sorte de la roue sans vitesse absolue, que la partie inférieure de l'aube soit tangente à la circonférence extérieure, la condition de n'avoir point de choc à l'entrée exige, au contraire, que cette même partie inférieure de l'aube soit parallèle (*fig.* 2, *pl.* CXII) à la vitesse relative W ou soit dirigée (§§ 8 et 17) suivant la résultante

des vitesses $(-V)$ et $+v$. Or, ces vitesses composantes ne peuvent être toutes deux tangentielles, car alors le liquide n'entrerait pas dans la roue : elles doivent donc faire entre elles un angle α qui ne soit pas nul, et dès lors l'inclinaison de la partie extrême de l'aube sur la tangente à la roue ne peut être nulle. M. *Poncelet* a fixé les limites convenables de cette inclinaison de 24° à 30°.

62. Supposons cette inclinaison de 24°; si l'on a fait prendre à la roue la vitesse $v=\frac{V}{2}$ qui convient à son maximum d'effet, cette même vitesse $\frac{V}{2}$ sera celle qu'elle reprendra par rapport à l'aube en quittant celle-ci : or, cette vitesse $\frac{V}{2}$ formant avec la vitesse $v=\frac{V}{2}$ de la circonférence un angle de 156° supplément de l'inclinaison 24°, la vitesse absolue de sortie u sera la résultante de ces composantes égales, et l'on aura :

$$u=2\left(\frac{V}{2}\cos. 78°\right)=V\sin. 12°=0.208\,V. \quad (38)$$

et pour la demi-force vive emportée par l'eau de sortie en une seconde

$$\frac{1}{2}\frac{P}{g}u^2=\frac{1}{2}\frac{P}{g}(0.208\,V)^2=0.043\left[\frac{1}{2}\frac{P}{g}V^2\right]$$

de sorte que le travail que l'on perdrait par cette disposition ne serait pas le vingtième de la demi-force vive totale possédée par le liquide, avant qu'il ait agi sur la roue.

63. *Effet utile pratique.* Il a été fait sur la roue de M. *Poncelet* un très-grand nombre d'observations qui ne permettent aucun doute sur ses excellents résultats. Toutefois, je ne connais qu'une série d'expériences vraiment complètes, et je les appelle ainsi, parce que, au lieu d'évaluer la dépense à l'aide de formules assez incertaines, l'auteur de ces expériences, M. *Marozeau*, a reçu dans un vaste bassin, et a pu ainsi directement jauger ces dépenses (Voyez *Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse*, tome 21, n° 101, année 1848). Or, sous une chute H de $1^m.47$, et les dépenses P ayant varié de 633^k à 940^k, l'effet utile moyen s'est élevé à 0.67 PH, c'est-à-dire que cette roue dont M. *Poncelet* a si noblement jeté la propriété dans le domaine public, donne un rendement effectif pratiquement équivalent à celui des *turbines* de toute espèce de modèle, dont l'industrie s'est éprise et qu'elle paie au prix exorbitant des produits de luxe et de mode, en dépit de leur ancienne origine.

64. *Tracé de la roue.* Le diamètre de la roue se détermine d'a-

près les convenances de localités et de travail. Il importe qu'il ne soit jamais trop petit. — En amont de la verticale du centre de la roue, on prendra sur sa circonférence extérieure un point o' (*fig.* 1 et 2, *pl.* CXII), tel que l'angle au centre $o'CZ = 4° 45'$ environ. Par ce point o', on mènera une tangente $o' t'$ qui sera la direction générale du fond du coursier, l'épaisseur e de la lame d'eau lorsqu'elle atteint la roue étant sensiblement les $\frac{3}{4}$ de la levée verticale E de la vanne, et celle-ci ne devant pas dépasser convenablement $0^m.20$ à $0^m.25$, e se trouve ainsi connu. Elevant sur $o' t'$ une perpendiculaire égale à e et menant par son extrémité une parallèle $o t$ à $o' t'$, on aura à peu près le point o où le filet supérieur de la lame rencontrerait la circonférence extérieure, s'il se mouvait parallèlement à $o' t'$. Nous allons voir qu'en vertu du tracé suivant, que j'emprunte à M. *Morin*, il s'éloigne un peu de cette voie.

Par ce point o et par le centre C de la roue, on tirera un rayon Co que l'on prolongera jusques à la tangente $o' t'$; on partagera d'une part l'arc oo' et de l'autre l'excès $o4$ du rayon en un même nombre de parties égales; on mènera des rayons indéfinis par les points de divisions de l'arc, et prenant successivement sur les

rayons	C4,	C3',	C2',	C1',	Co'
des distances	C4,	C3,	C2,	C1,	Co
on obtiendra les points	4	3'	2'	1' et	o'

par lesquels on fera passer une courbe qui, en lui laissant un petit jeu vers o', sera la forme du fond du coursier dans cette partie. Elle se raccordera vers l'amont avec la direction de la tangente $o' t'$ et vers l'aval par un petit arc de cercle concentrique à la roue, terminé lui-même par un ressaut brusque ayant son arête supérieure, au niveau moyen du bief d'aval, un peu en arrière de la verticale du centre de la roue.

Par le point o', on mènera une tangente à la spirale 4 3' 2' 1' 0' et sur cette tangente on portera à une échelle convenable la vitesse d'affluence V de la lame d'eau; sur une tangente en o' à la circonférence extérieure, on portera à la même échelle la vitesse $v = \frac{V}{2}$ de cette circonférence.

Joignant par la droite W les extrémités de V et v, on aura la vitesse relative W. Menant par o' une parallèle à W, cette parallèle sera la direction que doit prendre l'élément inférieur de l'aube : ainsi, élevant en o' une perpendiculaire à cette direction, elle contiendra le centre c de l'aube circulaire, centre que l'on choisira arbitrairement, mais de telle sorte cependant que la partie supérieure de l'aube coupe la circonférence intérieure à peu près à angle droit.

65. *Hauteur de la couronne*. Le tracé que nous venons d'indiquer suppose que l'on connaît le rayon R' de la circonférence intérieure ou la hauteur (R — R') de la couronne.

Or, on peut remarquer que, avec la condition $v = \frac{V}{2}$ théoriquement exigée pour le maximum d'effet et que nous supposons satisfaite, la hauteur à laquelle le *centre de gravité* de la lame d'eau s'élèvera sur l'aube (33) deviendra, abstraction faite des frottements,

$$\frac{1}{4}\frac{V^2}{2g}$$

c'est-à-dire au plus égale au quart de la hauteur H de la chute. Mais il faut bien remarquer que, si la partie postérieure de la lame introduite s'élève beaucoup moins, la partie antérieure s'élève par compensation beaucoup plus que le centre de gravité de l'ensemble. Bien que nous ne sachions pas calculer les effets du frottement de la lame sur l'aube, nous pensons que le raisonnement d'accord avec l'expérience exige, pour éviter tout jaillissement dans la roue, qu'on porte la hauteur de la couronne jusqu'à

$$(R - R') = \frac{1}{2} \cdot \frac{V^2}{2g} = \frac{1}{2} H. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (38)$$

c'est-à-dire que la hauteur de la couronne pourra être convenablement prise égale à la moitié au plus de la chute; peut-être pourrait-elle être réduite à $\frac{1}{3}$ H, si l'arc embrassé par la lame affluente sur conférence extérieure avait très-peu d'amplitude, ou, en d'autres termes, si la lame d'eau introduite avait peu de *longueur*.

66. On inclinera d'ailleurs le vannage à 45°, s'il est possible, ou tout au moins à un de base sur deux de hauteur, et les côtés du pertuis étant arrondis, le coefficient de la dépense pourra être fait = 0.80 pour la première inclinaison, et 0.72 ou 0.73 pour la seconde. Enfin, on donnera à la roue une largeur dans œuvre d'environ $0^m.10$ plus grande que la largeur de la vanne. Voyez au reste l'édition du *Mémoire sur les roues hydrauliques à aubes courbes* de M. *Poncelet*, qui contiendra les additions que l'illustre ingénieur a faites à ses mémoires de 1827, et qui sera prochainement publiée.

67. *Roue horizontale à palettes planes* (*fig.* 6, *pl.* CXI). Ces roues ont habituellement une épaisseur assez faible pour qu'il soit permis de négliger le travail P h' transmis par le liquide pendant sa descente h' sur les palettes. On suppose donc que l'eau n'agit sur ces roues que par le choc; V étant alors la vitesse réelle d'affluence

du liquide, A l'angle aigu formé par le plan de la palette avec la direction de V, v la vitesse de la palette et B l'angle aigu du plan de la palette avec la direction de son mouvement, on a V sin. A et v sin. B pour les composantes des vitesses perpendiculaires au plan de la palette, et dès lors, pour la vitesse perdue w perpendiculairement au même plan,

$$w^2 = [V \sin. A - v \sin. B]^2 \ldots\ldots \quad (39)$$

68. Après le choc, l'eau est supposée avoir conservé une vitesse parallèle au plan de la palette, dirigée de haut en bas, et dès lors $=$ V cos. A. De son côté, la palette fuit de bas en haut parallèlement à son plan avec une vitesse $= v$ cos. B. Les choses se passent donc comme si, la palette étant en repos, le liquide glissait parallèlement au plan de celle-ci avec une vitesse

$$v' = V \cos. A + v \cos. B \ldots\ldots\ldots \quad (40)$$

69. Mais, en outre, le liquide a conservé au moins la vitesse v de la palette, il quitte donc la roue avec une vitesse absolue u résultante de v et de v', et dès lors on a

$$u^2 = v^2 + v'^2 - 2vv' \cos. B \ldots\ldots \quad (41)$$

70. Mettant ces valeurs de w^2 et de u^2 dans l'équation générale (1), y faisant $h' = o$, et simplifiant, on a pour l'équation du travail de ces roues

$$Fv = \frac{P}{g}[V \sin. A - v \sin. B]\, v \sin. B. \quad . \quad (42)$$

c'est-à-dire que le travail de la roue est le produit de la vitesse v du point choqué par la quantité de mouvement relative du liquide estimée dans la direction de v.

71. L'effet utile Fv augmentera évidemment avec sin. A, et dès lors le premier terme sera le plus grand possible pour $A = 90°$, c'est-à-dire que le liquide devra frapper la palette perpendiculairement à son plan.

Cette première condition supposée satisfaite, on augmentera encore l'effet utile théorique en faisant

$$v = \frac{V}{2 \sin. B} \quad \text{ou} \quad v \sin. B = \frac{V}{2} \ldots \quad (43)$$

et toutes ces conditions satisfaites n'élèveront l'effet utile qu'à la valeur

$$Fv = \frac{1}{4}\,\frac{P}{g} V^2 \ldots\ldots\ldots \quad (44)$$

de sorte que ces roues bien établies ne sauraient utiliser plus de la moitié de la demi-force vive du liquide affluent. Or, en pratique, elles sont loin d'atteindre cette extrême limite, et, d'après MM. *Tardy et Piobert*, leur effet utile et pratique peut être approximativement exprimé dans le cas général par la relation

$$F v = 0.7 \frac{P}{g} [V \sin. A - v \sin. B] v \sin. B \ldots (45)$$

72. *Roues horizontales à palettes courbes* (*fig.* 7, *pl.* CXI). Raisonnant ici comme au § 67, on aura de même pour la vitesse perdue w normalement à la courbe de l'aube au point M où le filet moyen de la lame liquide vient l'atteindre

$$w^2 = [V \sin. A - v \sin. B]^2 \ldots\ldots (46)$$

73. Quant à la vitesse dans la direction de l'aube que nous avons désignée par v', elle se compose de l'excès de V cos. A sur v cos. B, mais B étant obtus en vertu de la position de l'aube, son cosinus deviendra négatif, et, comme on ne peut plus négliger ici la partie h' de la chute, on a pour la vitesse que le liquide a acquise au point N dans la direction du dernier élément de l'aube

$$v'^2 = (V \cos. A + v \cos. B)^2 + 2 g h' \ldots (47)$$

à cause de $-(-v \cos. B) = +v \cos. B$.

74. Ainsi, en désignant par φ l'angle *obtus* des vitesses v' et v, il vient pour la vitesse absolue u que le liquide conserve en quittant la roue

$$u^2 = v^2 + v'^2 + 2 v v' \cos. \varphi \ldots\ldots (48)$$

L'équation générale (1) devient donc

$$F v = P h' + \frac{1}{2} \frac{P}{g} [V^2 - (V \sin. A - v \sin. B)^2 - u^2] \ (49)$$

75. Si l'on pouvait rendre nuls les carrés soustractifs compris dans la parenthèse, l'effet utile de cette roue atteindrait donc la valeur

$$F v = P h' + \frac{1}{2} \frac{P}{g} V^2 \ldots\ldots\ldots (50)$$

c'est-à-dire qu'il s'élèverait au travail absolu de la chute totale $H = (h + h')$, si la vitesse d'affluence V pouvait jamais être la vitesse $\sqrt{2 g h}$ due à la hauteur du niveau supérieur au-dessus du point d'introduction.

76. Or, on parviendrait à rendre nul le second terme de la parenthèse, si l'on faisait

$$v \sin. B = V \sin. A \quad \text{ou} \quad \frac{v}{V} = \frac{\sin. A}{\sin. B} \ldots (51)$$

et nous avons déjà vu (15) que cette condition serait satisfaite, si l'élément de l'aube au point d'introduction suivait la direction de la résultante des vitesses $(-v)$ et $+V$.

77. Quant à la vitesse de sortie u (48), elle deviendrait nulle, si l'on avait

$$v^2 + v'^2 = -2\,v\,v' \cos.\,\varphi. \quad \ldots\ldots \quad (52)$$

condition qui se réaliserait, si l'on avait à la fois

$$v' = v \quad \text{et} \quad \cos.\,\varphi = (-1). \quad \ldots\ldots \quad (53)$$

c'est-à-dire que le dernier élément de l'aube devrait être horizontal et dirigé en sens inverse de la vitesse de la roue, et que de plus la vitesse v' doit être égale à v.

78. Mais nous avons déjà trouvé pour v une valeur obligatoire (51); égalant cette valeur à celle de v' (47), on déduira de l'équation obtenue la hauteur h' à laquelle il faudra élever le point d'affluence au-dessus du plan inférieur de la roue. On trouvera ainsi après quelques simplifications, α étant l'angle de v et V, et $\sqrt{2\,g\,h}$ supposé $=$ V,

$$h' = \frac{V^2}{2g}\left[1 - \frac{2\cos.\,A \sin.\,\alpha}{\sin.\,B}\right] = h\left[1 - \frac{2\cos.\,A \sin.\,(A+B)}{\sin.\,B}\right] \quad (54)$$

En sorte que, si l'angle α était très-petit ou nul, et si le point d'affluence était situé dans le plan supérieur de la roue, son épaisseur h' devrait être à peu près égale à la moitié de la chute totale H.

79. En pratique, le liquide se dégagerait très-difficilement de la roue, si le dernier élément des aubes était rigoureusement horizontal. On l'incline sur l'horizon de 25° environ, c'est-à-dire que l'on y fait $\varphi = 155°$: d'où résulte une perte de travail facile à évaluer. On donne d'ailleurs à la lame d'eau et aux aubes peu de largeur dans le sens du rayon, parce qu'il n'y a que le point de l'aube placé sur le filet moyen qui puisse prendre la vitesse exigée (51).

Lorsque ces roues sont établies dans les conditions du maximum d'effet, elles utilisent environ les sept dixièmes du travail absolu de la chute

$$F\,v = 0.7\,P\,H. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (55)$$

80. *Euler*, qui s'est occupé de cette roue (Académie de Berlin, 1754), avait proposé, dans le cas où l'on aurait à dépenser un grand volume d'eau, de recevoir l'eau motrice dans un réservoir cylindrique d'un diamètre égal à celui de la roue, placé verticalement au-dessus d'elle, au travers duquel l'axe de la roue passerait librement et d'où l'eau s'échapperait par un grand nombre d'ajutages inclinés distribués à la circonférence.

On reconnaît ici très-exactement le principe de plusieurs *turbi-*

nes modernes et notamment de celle qui porte le nom de *turbine-Fontaine*.

Des brevets d'invention ayant fait tomber dans le domaine privé la propriété de la plupart de ces turbines, je ne m'en occuperai pas ici, et je renverrai à la *Théorie des effets mécaniques de la turbine-Fourneyron*, qui a été donnée par M. *Poncelet* en 1838 (Compte rendu de l'Académie des sciences).

ROULEMENT. Voyez pages 825 et 826.

S

SABLE VERT. On appelle ainsi dans quelques fonderies un mélange de sable sortant de la carrière avec un douzième environ de son volume de poussier de houille ou de charbon.

SABLES BOUILLANTS. Sables mêlés d'eau qui, lorsqu'on les enlève, sont à l'instant remplacés par d'autres sables qui s'élèvent du fond en bouillonnant. Il est difficile, mais il n'est pas impossible d'établir des fondations sur ces terrains.

SAISONS. Voy., pag. 79, l'explication du phénomène des saisons.

SCIAGE. Les évaluations du travail exigé par le sciage d'un mètre carré de bois sont incertaines et souvent contradictoires ; ce qui ne surprendra pas sans doute, si l'on considère l'influence très-complexe du degré de siccité du bois, de la largeur du *trait*, de la vitesse de la scie, de sa qualité propre, de la forme de ses dents, etc.

Voici quelques-unes de ces évaluations : j'appelle surface de sciage le produit de l'épaisseur de la pièce par la longueur du chemin que la lame a parcouru horizontalement.

Scieurs de long ; chêne. D'après *Hassenfratz*, trois scieurs de long bien exercés donnent 50 coups de scie par minute dans une pièce de bois de chêne encore vert de $0^{m}.30$ épaisseur ; et dans une heure, ils scient cette pièce sur une longueur de $3^{m}.60$; d'où il suit que leur scie avance de $0^{m}.0012$ à chaque coup et qu'ils font $1^{mm}.08$ de sciage à l'heure. Hassenfratz porte à 12 heures la durée du travail journalier.

Je trouve au *Cours de machines* de MM. *Migout* et *Bergery* les nombres suivants déduits, dit-on, d'observations spéciales :

Surface de sciage obtenue d'un bon scieur de long, en douze heures, et travaillant à la tâche. L'épaisseur des pièces est médiocre et la largeur du trait est de $0^{m}.003$ à $0^{m}.005$.

		mm.			mm.
Chêne	vert.	6.6	Bois blanc	vert.	7.72
	sec.	4.4		sec..	5.00
Orme	vert.	6.0	Noyer. . .	vert.	7.00
	sec.	4.0		sec.	5.00